

Montecarlo estructurado. Estimación del valor en riesgo en un portafolio accionario en Colombia*

Structured Monte Carlo. Estimated value at risk in a stock portfolio in Colombia

María Auxiliadora Vergara Cogollo**
Cecilia Maya Ochoa, PhD.***

Recepción: Agosto 11 de 2009

Aceptación: Octubre 19 de 2009

Resumen

De acuerdo con el estudio que se presenta, por las características de los activos que lo conforman, el método de Montecarlo Estructurado es el más completo y robusto para la medición del valor en riesgo (VaR) de un portafolio hipotético de acciones colombianas de alta y mediana bursatilidad, en comparación con métodos paramétricos o de simulación histórica. Sin embargo, para su aplicación, es necesaria una cuidadosa modelación del comportamiento de las distintas variables de riesgo. La presencia de colas pesadas en las series de retornos de estos activos obliga al uso de modelos de volatilidad del tipo GARCH, EGARCH, PARCH y APARCH. Se evalúa su capacidad de pronóstico del VaR del periodo siguiente en paralelo con el obtenido por el método Normal. Los modelos tipo Garch pronostican mejor el VaR, puesto que logran capturar el efecto de colas pesadas en las series. Definido el proceso estocástico que siguen los activos, se procede a su cálculo con Montecarlo Estructurado.

Palabras clave: VaR, riesgo de mercado, método Montecarlo Estructurado, Garch, Egarch, Parch, Aparch.

* Artículo derivado de la investigación titulada "El Método Montecarlo estructurado para la medición del Riesgo de Mercado en Colombia". Desarrollada por las autoras en 2007.

** Magister en Finanzas y Economista, Universidad EAFIT. Analista de Planeación Financiera, Interconexión Eléctrica S.A. (ISA). Docente, Universidad EAFIT. mvergar2@eafit.edu.co

*** Doctora en Economía Internacional y Finanzas, Brandeis University, EEUU. Docente e investigadora del departamento de Finanzas, Universidad EAFIT. cmaya@eafit.edu.co

Abstract

This research explores various methods to estimate Value at Risk for a portfolio of high and medium liquidity Colombian stocks. It concludes that, according to the characteristics of these assets, Full Montecarlo is more robust than other parametric methods –particularly the Normal method-, and the historical simulation. However, to avoid model risk, it requires a correct specification of the stochastic process followed by each of the risk factors. Given the evidence of fat tails on the return series, volatility models such as GARCH, EGARCH, PARCH and APARCH are used for this purpose. After that, we compare the one-step ahead VaR forecast given by these models with the one obtained by parametric methods. It is found that Garch models predict VaR better since they capture the fat tails characteristic of these series. Once the stochastic process for each asset is properly identified, the Full Montecarlo is applied to estimate VaR.

Key words: VaR, Market Risk, Full Montecarlo, Garch, Egarch, Parch, Aparch.

Introducción

Para medir el riesgo de mercado se utiliza ampliamente la metodología de Valor en Riesgo (VaR). Su estimación se logra, en general, con un método paramétrico que se basa en la normalidad de los retornos (en adelante, método Normal). No obstante, dada la extensa evidencia en cuanto a la no normalidad de los retornos de activos financieros, es recomendable la exploración de métodos alternativos de estimación del VaR que se ajusten mejor a las características de dichos retornos. Esta es la cuestión que motiva el presente estudio.

De acuerdo con Engle (2004), son tres las características prácticamente omnipresentes en los rendimientos financieros de los activos de riesgo: la impredecibilidad, las colas pesadas (exceso de curtosis) y el agrupamiento de la volatilidad. Ningún análisis de VaR o pronóstico de los rendimientos diarios es, en principio, correcto si se hace sobre la base de los métodos tradicionales de media-varianza (Ramírez, 2004). La razón: de obviarse la falta de normalidad en las series, especialmente en lo que se refiere a la existencia de colas pesadas, el riesgo calculado se subestimaría con respecto

a los verdaderos valores de una normal teórica (Zangari, 1996).

Con esta investigación se pretende obtener una estimación robusta del riesgo de mercado de un portafolio conformado por una muestra representativa de acciones colombianas de alta y mediana bursatilidad. En concordancia con los análisis de las series correspondientes que se presentan en la primera sección de este artículo, la naturaleza de las variables riesgosas que componen el portafolio, objeto de estudio, apunta al uso de técnicas de valuación completa, específicamente, el método de Montecarlo Estructurado (MCE). Este “es de lejos el más poderoso método para el cálculo del VaR” (Jorion, 2001, 225).

No obstante lo anotado, tal vez su principal debilidad es la probabilidad de incurrir en riesgo de modelación, pues “se basa en específicos procesos estocásticos para los factores de riesgo subyacentes” (Jorion, 2001, 226). Por ello, para su adecuada implementación, se requiere una identificación cuidadosa del proceso estocástico que siguen los factores de riesgo de precio y riesgo de volatilidad de cada uno de los activos del portafolio. Este aspecto se

desarrolla en la segunda sección. La sección 3 compara la estimación del VaR bajo normalidad con la obtenida a partir de modelar las series de acuerdo con los hallazgos de la sección anterior. Por último, en la cuarta parte del artículo, se aplica Montecarlo Estructurado para la estimación del VaR con base en los resultados previos.

1. Descripción y análisis estadístico de las series

Las series analizadas corresponden a las variaciones logarítmicas de los precios de cierre diarios de una muestra de 10 acciones colombianas: Aval, Bancolombia, Bogotá, Cemargos, Chocolates, Colinvers, Éxito, Inverargos, Isa y Suraminv.¹ La selección se hizo con base en un criterio de liquidez consistente en que tales acciones se negociaran por lo menos el 75% de los días hábiles de cada año. Se partió del grupo de acciones de alta y mediana bursatilidad que conformaban la canasta del Índice General de la Bolsa de Colombia (IGBC) para el último trimestre de 2006. Posteriormente, se acotó el periodo de estudio desde 2003 hasta 2006, ya que en los años anteriores un alto porcentaje de las acciones no cumplieron con el criterio de liquidez². Además, dicho periodo se caracteriza por muy bajos volúmenes de negociación de acciones³. Con estas diez acciones se conformó

¹ Fuente: Sistema de información Bloomberg.

² Solamente el 41% en 2002 y el 58% en 2001.

³ Del grupo se excluyeron, en principio, las acciones Corficol, Mineros y Carulla por no cumplir con el criterio de liquidez. Adicionalmente, no se tuvieron en cuenta las acciones de emisores que están en reestructuración de acuerdo con la ley 550 de 1999: Fabricato, Megabanco, Paz

un portafolio hipotético y se le asignó a cada una de ellas una participación igual.

A las series escogidas se les aplicó pruebas de normalidad. De acuerdo con la prueba de contraste *Jarque Bera*, ninguna de las 10 acciones sigue una distribución normal. También se utilizaron las pruebas de Bondad de Ajuste Kolmogorov-Smirnov (KS), Chi-Cuadrado (χ^2) y Anderson-Darling (AD)⁴. Ahora bien, como el objetivo final de este análisis era la estimación del VaR, se dio prevalencia a los resultados obtenidos mediante la prueba Anderson-Darling, ya que esta se acomoda más en la estimación de las colas. Para cinco de las 10 acciones, el mejor ajuste corresponde a la distribución LogLogística y para el resto lo es la Logística. Empero, aun para estas distribuciones se rechazó el ajuste a un nivel de significancia del 1% y del 5% para todos los activos. Se tuvieron en cuenta los cálculos que se muestran en el cuadro 1.

del Río, Coltejer y Tablemac, dado que existían muchos factores diferentes a los del mercado que afectaron el precio. De igual manera se exceptuaron acciones distintas de las ordinarias como son PFBancolombia y PFCorficol que tienen dividendo preferencial y aquellas acciones que no se negociaron durante todo el periodo de análisis: ETB, que sólo se cotiza desde septiembre de 2003, y Colpatria, que volvió a la Bolsa en 2005. Finalmente, tampoco se incluyeron Bavaria, pues perdió mucha bursatilidad luego de la oferta pública de adquisición de SABMiller en 2005, e Interbolsa, que solo ganó bursatilidad a mediados del 2005, por lo cual tiene un comportamiento atípico para el periodo analizado.

⁴ Para ello se utiliza el software @RISK y su aplicación BESTFIT.

Cuadro 1

Estadísticos de las pruebas de Bondad de Ajuste AD y KS para cada una de las series de retornos con base en el mejor ajuste

SERIES	Según AD				Según KS			
	1 ajuste		2 ajuste		1 ajuste		2 ajuste	
Pruebas	AD	KS	AD	KS	AD	KS	AD	KS
AVAL	Loglogística		Logística		Vr Extremo		Loglogística	
TEST VALUE	43.790	0.2162	44.490	0.2180	109.60	0.213	43.79	0.2162
BANCOLOMBIA	Logística		Vr Extremo		Logística		Normal	
TEST VALUE	4.742	0.06009	123.5	0.2488	4.742	0.06009	NA	0.09779
BOGOTA	Logística		Normal		Logística		Normal	
TEST VALUE	16.81	0.08487	47.66	0.1513	16.81	0.08487	47.66	0.1513
CEMARGOS	Loglogística		Logística		Logística		Loglogística	
TEST VALUE	22.88	0.1269	22.9	0.1266	22.9	0.1266	22.88	0.1269
CHOCOLATES	Loglogística		Logística		Loglogística		Logística	
TEST VALUE	15.08	0.1011	15.82	0.1043	15.08	0.1011	15.82	0.1043
COLINVERS	Logística		Normal		Logística		Normal	
TEST VALUE	6.571	0.06515	26.78	0.1076	6.571	0.06515	26.78	0.1076
ÉXITO	Loglogística		Logística		Logística		Loglogística	
TEST VALUE	17.78	0.1368	17.91	0.1364	17.91	0.1364	17.78	0.1368
INVERAGOS	Logística		Loglogística		Logística		Loglogística	
TEST VALUE	9.501	0.08151	9.501	0.08154	9.501	0.08151	9.501	0.08154
ISA	Loglogística		Logística		Logística		Loglogística	
TEST VALUE	6.124	0.05825	6.13	0.05717	6.13	0.05717	6.124	0.05825
SURAMINV	Logística		Normal		Logística		Normal	
TEST VALUE	6.922	0.06308	25.94	0.1060	6.922	0.06308	25.94	0.1060

Fuente: Elaboración propia

Los valores críticos para las pruebas de bondad de ajuste AD y KS, para niveles de significancia del 5% y del 1%, son los siguientes:

Cuadro 2

Valores críticos para las pruebas de bondad de ajuste

DISTRIBUCIÓN NORMAL	5%	AD	0.7514
		KS	0.0286
	1%	AD	1.0342
		KS	0.0331
OTRAS DISTRIBUCIONES	5%	AD	0.7688
		KS	0.025
	1%	AD	0.9058
		KS	0.0286

Fuente: Elaboración propia

El análisis de estadística descriptiva se llevó a cabo teniendo en cuenta todo el conjunto de retornos. Adicionalmente, con el propósito de identificar la presencia del efecto *leverage*, característico de retornos accionarios, según el cual la volatilidad aumenta cuando se anuncian malas noticias, se compararon las distribuciones de los retornos negativos con los positivos tomando los retornos nulos como *benchmark*.

Según los resultados que se observan en el cuadro 3, todas las series presentaron asimetría y exceso de curtosis. Corroboraron, de este modo, el hecho de que no se ajustan a una distribución normal. Inclusive, comparando los retornos positivos versus los negativos, algunas de las acciones mostraron un mayor exceso de curtosis y de asimetría en la cola izquierda

(Bancolombia, Colinvers y Suraminv). Esto se constituye en evidencia inicial de presencia del efecto *leverage* en algunas de las series analizadas, tal como se confirmó más adelante al hacer el ajuste de los modelos Garch.

Cuadro 3
Estadística descriptiva. Series de retornos

Series	Retornos Totales				Retornos positivos				Retornos negativos				Retornos positivos versus negativos	
	Media	Desv	Asim	Kurtos	Media	Desv	Asim	Kurtos	Media	Desv	Asim	Kurtos	Asim	Kurtos
Acciones														
AVAL	0.14%	2.09%	0.411	10.309	0.91%	1.70%	2.835	12.611	-1.68%	1.78%	-2.545	10.971	0.290	1.640
BANCOLOMBIA	0.20%	2.17%	-0.148	18.686	1.32%	1.60%	3.896	33.208	-1.56%	1.75%	-4.272	37.801	-0.376	-4.593
BOGOTA	0.16%	1.78%	-0.129	14.815	0.97%	1.38%	3.605	22.278	-1.13%	1.59%	-3.316	15.996	0.289	6.282
CEMARGOS	0.19%	2.34%	0.046	13.942	1.16%	1.81%	3.365	20.551	-1.74%	2.09%	-3.010	16.193	0.355	4.357
CHOCOLATES	0.20%	2.06%	0.966	13.470	1.18%	1.74%	3.419	23.283	-1.36%	1.50%	-2.540	11.079	0.879	12.204
COLINVERS	0.25%	2.55%	-0.240	15.376	1.50%	1.91%	3.482	23.741	-1.77%	2.15%	-3.868	24.364	-0.386	-0.622
ÉXITO	0.16%	2.24%	0.637	11.303	1.16%	1.77%	3.296	21.601	-1.80%	1.70%	-2.151	9.196	1.145	12.406
INVERARGOS	0.17%	2.30%	1.096	21.893	1.26%	1.75%	4.624	44.708	-1.63%	1.92%	-3.489	21.098	1.135	23.610
ISA	0.18%	2.18%	0.481	11.341	1.34%	1.69%	3.498	23.706	-1.54%	1.63%	-2.438	10.278	1.061	13.428
SURAMINV	0.22%	2.47%	-0.395	16.143	1.46%	1.80%	3.496	25.479	-1.74%	2.10%	-3.931	27.204	-0.435	-1.725

Fuente: Elaboración propia

El exceso de curtosis que caracterizó las series bajo análisis puede obedecer a que estos activos siguen un proceso de volatilidad no constante. Una forma preliminar de verificarlo es observando la trayectoria que sigue la desviación estándar móvil (apéndice 1)⁵. Efectivamente, la desviación estándar presentó una alta volatilidad en todos los casos, por lo que, para la modelación de estas series, se hizo necesario recurrir a modelos de volatilidad del tipo Arch (Garch, Egarch, Parch, Aparch).

Entre tales modelos se cuentan aquellos que parten de ecuaciones en diferencias, por ejemplo, los del tipo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) y los que utilizan ecuaciones diferenciales estocásticas, conocidos como de volatilidad estocástica: SV (*Stochastic Volatility*). Engle (2004, 407) se refirió a ellos recientemente:

⁵ La desviación móvil es la de los últimos N días del retorno de un activo. Es un indicador de la volatilidad del mercado. Para el caso de análisis, se utilizaron 20 fechas como la medida promedio de los días hábiles contenidos en todos los meses del año para el periodo de estudio.

También ha tenido lugar otro enorme desarrollo de unos modelos de volatilidad muy relacionados con los anteriores, pero con características distintas desde el punto de vista econométrico: los llamados modelos de volatilidad estocástica o modelos SV (*Stochastic Volatility*). Estos modelos tienen un proceso generador de los datos diferente, que los hacen más adecuados para ciertos objetivos pero más difíciles de estimar⁶.

En la siguiente sección, se expone la aplicación de los modelos del tipo Arch para la modelación del proceso que siguen los retornos sujetos a estudio.

1. Colas pesadas: modelación mediante Arch

La presencia de colas pesadas fue reportada por primera vez por Mandelbrot (1963) y Fama

⁶ “En un marco lineal, estos modelos serían simplemente representaciones diferentes del mismo proceso; pero en el contexto no lineal estas especificaciones alternativas no son equivalentes, a pesar de ser muy cercanas la una de la otra” (Engle, 2004, 407).

(1965), a partir del estudio de los retornos del índice Dow Jones Industrial Average (DJIA). En Latinoamérica, Ojah y Karemera (1999) exponen resultados similares para los índices accionarios de Argentina, Brasil, Chile y México. En Colombia, Maya y Torres (2004) concluyen que tanto los retornos del índice accionario como de algunas acciones que lo componen no se ajustan a normalidad y presentan exceso de curtosis y agrupamiento de la volatilidad. A similar conclusión llegan Alonso y Arcos (2005), también para el caso colombiano. En la práctica, la existencia de colas pesadas implica que la probabilidad de obtener valores extremos en la distribución empírica de los rendimientos es mucho mayor que lo que predice una distribución normal.

La evidencia anterior y el análisis de las series, realizado en la sección previa, tienen importantes implicaciones para la estimación del VaR. Esta medida del riesgo de mercado se define como la máxima pérdida probable que puede tener una inversión en un periodo de tiempo determinado y con un cierto nivel de confianza (J. P. Morgan, 1996). Al enfocarse en los retornos negativos extremos, es fundamental una modelación adecuada de las colas de la distribución para su correcta estimación.

El cálculo del VaR se hace, con frecuencia, bajo métodos paramétricos como el Normal que, como su nombre lo indica, parte de la normalidad de los retornos. Sin embargo, dada la amplia evidencia en relación con la no normalidad de retornos de activos financieros, su utilización para este propósito no es recomendable, pues subestima el riesgo en el caso de distribuciones que, como las sujetas a este análisis, presentan exceso de curtosis. Otra alternativa es el método de simulación histórica, con el cual se simulan posibles trayectorias del precio de mercado del portafolio a partir de precios históricos. Este método incluye, además, información sobre colas pesadas, asimetría y correlaciones entre

los activos de un portafolio. No obstante, se critica su utilización porque depende en gran parte del periodo seleccionado, es decir, que muy probablemente incorpora información de hechos que no ocurrirán de nuevo o desconoce otros cuya posibilidad de ocurrencia no tiene en cuenta.

Un tercer método de estimación del VaR es el Montecarlo Estructurado. Este parte de la identificación del proceso estocástico que sigue cada una de las variables, permitiendo, así, generar trayectorias para los distintos factores de riesgo que pueden afectar los activos o el portafolio sujeto a medición del riesgo de mercado. Con ello, el MCE supera las falencias del método Normal y el de simulación histórica aunque está sujeto al riesgo de modelación. Por tal consideración, se requiere una cuidadosa definición del proceso estocástico que sigue cada uno de los activos del portafolio hipotético. En efecto, para el caso objeto de análisis, se aplicó la metodología de Box-Jenkins a las variaciones logarítmicas de los precios. Ante la evidencia de residuales con efectos Garch y *leverage*, se ajustaron procesos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva del tipo Garch, Egarch y Aparch.

La identificación del proceso estocástico permitió generar trayectorias para la media y la varianza condicional de los retornos de cada uno de los activos que forman el portafolio accionario hipotético; a partir de tales trayectorias, teniendo en cuenta la correlación de los activos entre sí, se calculó el VaR del portafolio con el método de MCE. Su aplicación se presenta con detalle en la cuarta sección de este artículo.

Con el fin de aplicar la metodología de Box-Jenkins, se identificó la estacionariedad de las series de las variaciones logarítmicas de los precios. Con base en las pruebas *Augmented Dickey Fuller* (ADF), *Phillips Perron* (PP) y de Kwiatkowski, D.; Phillips, P. C. B.; Schmidt, P. y Shin, Y. (KPSS) se rechazó la existencia de raíces unitarias para todas ellas.

En el cuadro 4 se pueden apreciar los resultados de ADF. En el apéndice 2 se muestran los resultados de las pruebas PP y KPSS.

Cuadro 4
Prueba de raíz unitaria de las series de retornos

Acciones	t-Statistic ADF	Critical Value (1%)	Critical Value (5%)	Prob *
AVAL	-27,44058	-3,436837	-2,8642930	0,0000
BANCOLOMBIA	-28,34797	-3,436837	-2,8642930	0,0000
BOGOTA	-26,77075	-3,436830	-2,5682860	0,0000
CEMARGOS	-27,79745	-3,436830	-2,8642900	0,0000
CHOCOLATES	-27,30019	-3,436837	-2,8642930	0,0000
COLINVERS	-24,62827	-3,436830	-2,8642900	0,0000
ÉXITO	-23,08491	-3,436837	-2,8642930	0,0000
INVERARGOS	-12,98809	-3,436878	-2,8643110	0,0000
ISA	-28,41766	-3,436830	-2,8642900	0,0000
SURAMINV	-25,61887	-3,436830	-2,8642900	0,0000

*MacKinnon (1996) one-sided p-values

Fuente: Elaboración propia

Ahora bien, una inspección a la gráfica del autocorrelograma muestra evidencia de autocorrelación en las series diferenciadas. Por tal motivo, se recurrió a la metodología de Box y Jenkins, en particular, se ajustó un proceso ARMA, seleccionado de acuerdo con el criterio de Schwarz (*Schwarz Bayesian Criterion*, SBC). Los modelos Arma (p, q) contienen p términos autorregresivos (AR(p)) y q términos referidos a medias móviles (MA(q)); se definen de la siguiente manera:

$$X_t = \varepsilon_t + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} \quad [1]$$

Cuadro 5
Modelos de mejor ajuste de la media y prueba efectos Garch

Acciones	Modelo de mejor ajuste	Schwarz	Prueba LM (ARCH)	
			Obs*R-squared	Prob
AVAL	AR(1)	-4,894070	39,34379	0,0000
BANCOLOMBIA	MA(1)	-4,813836	43,88756	0,0000
BOGOTA	MA(1)	-5,224221	155,1703	0,0000
CEMARGOS	MA(1)	-4,665141	245,3639	0,0000
CHOCOLATES	MA(1)	-4,926313	66,01404	0,0000
COLINVERS	MA(1)	-4,538855	72,37413	0,0000
ÉXITO	MA(1)	-4,754259	88,60615	0,0000
INVERARGOS	MA(1)	-4,707204	37,88081	0,0000
ISA	MA(1)	-4,809110	178,817	0,0000
SURAMINV	MA(1)	-4,589994	88,16761	0,0000

Fuente: Elaboración propia

En el cuadro 5 se observa que para nueve de las 10 series el modelo de mejor ajuste fue un MA(1). Solo para Aval, el modelo de mejor ajuste fue un AR(1), el cual, de todas maneras, dejará de ser significativo al modelar la varianza.

Luego de definir los modelos de mejor ajuste para cada una de las series, se aplicó la prueba LM (*Lagrange Multiplier*), propuesta por Engle (1982) para detectar la presencia de procesos Arch en las perturbaciones. Los resultados aparecen en el cuadro anterior. Según esos resultados, el estadístico TxR^2 excede el valor crítico de la distribución para todos los activos y rechaza la hipótesis nula de no existencia de efectos Arch.

A continuación se ajustó el modelo Garch correspondiente: Garch, Egarch, Parch y Aparch (cuadro 6), los cuales se explican enseguida:

$$\log h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \left| \frac{e_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{i=1}^p \beta_i \log(h_{t-1}) + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{e_{t-k}}{\sigma_{t-k}} \quad [3]$$

El impacto de la noticia es asimétrico si $\gamma_i \neq 0$ y existirá efecto *leverage* si $\gamma < 0$.

Por otro lado, Ding, Granger y Engle (1993) investigaron la “propiedad de memoria larga” en los retornos del mercado accionario. Según ellos, no solo hay una alta correlación sustancialmente mayor en los retornos absolutos que en los retornos en sí mismos, sino que además el parámetro de potencia de los retornos absolutos $|r_t|^d$ presenta una mayor autocorrelación para un mayor número de rezagos. Los autores caracterizan $|r_t|^d$ como la propiedad de memoria larga, que es más fuerte cuando d es cercana a 1. Este resultado, aparentemente, se contrapone a las especificaciones tipo Arch basadas en retornos al cuadrado. No obstante, el estudio de MCE realizado por ellos muestra que tanto los modelos tipo Arch, basados en el cuadrado de los retornos, como aquellos basados en retornos absolutos pueden producir dicha propiedad. En consecuencia, proponen un nuevo modelo generalizado, el *Asymmetric Power Arch* (Aparch) que permite que el parámetro δ , en la ecuación de heterocedasticidad, sea estimado a partir de los datos. El modelo descrito se especifica como sigue:

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|e_{t-i}| - \gamma_i e_{t-i})^\delta \quad [4]$$

Donde:

$$\alpha_0 > 0, \delta \geq 0, \alpha_i \geq 0, -1 < \gamma_i < 1, i = 1, \dots, p, \beta_j \geq 0, j = 1, \dots, q.$$

Existe asimetría si $\gamma_i \neq 0$. Cuando $\delta = 2$ y $\gamma_i = 0$ para todo i , el Aparch se convierte en un modelo Garch estándar.

El modelo Garch (p, q) es una generalización del Arch propuesto por Engle (1982). Allí, la varianza condicional h_t sigue un proceso Arma (q, p) y el término de perturbación e_t se comporta igual que en el Arch (Bollerslev, 1986)⁷.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i e_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-1} \quad [2]$$

Los efectos de las perturbaciones sobre la volatilidad son simétricos, tanto en el modelo Garch como en el Arch. Para capturar el efecto *leverage*, generado por la ocurrencia de noticias malas (innovaciones negativas) que traen consigo una volatilidad más alta que las buenas, Nelson (1991) propone un modelo alternativo, el Garch Exponencial (Egarch). La especificación del modelo es la siguiente:

⁷ Para garantizar una varianza condicional positiva y estacionariedad en la varianza no condicional, se deben cumplir las siguientes condiciones: $\alpha_0 > 0, \alpha_i, \beta_i \geq 0, \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$.

Cuadro 6 Modelos de mejor ajuste para la media y la varianza

Modelos	Coeficientes de la Media			Coeficientes de la Varianza					Criterio Schwarz
	\hat{c}	MA(1)	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\delta}$	
AFAL									
EGARCH (1,1) GED BHHH $\log h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \left \frac{e_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right - \beta \left(\frac{e_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right)^2 + \beta_1 \log(h_{t-1})$	(0.0000007) (0.9981)	0.00678 (0.6567)	(0.6046) (0.0000)	0.30774 (0.00002)	0.94901 (0.0000)	-	-	-	-6.62110
BANCOLMEXIA									
EGARCH (1,1) GED BHHH $\log h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \left \frac{e_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right - \beta \left(\frac{e_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right)^2 + \beta_1 \log(h_{t-1})$	0.000886 (0.9994)	0.133206 (0.0000)	(1.092093) (0.0000)	0.404785 (0.0000)	0.92102 (0.0000)	-	-	-	-5.261742
BOGOTA									
APARCH (1,1) GED BHHH $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 (e_{t-1} - \gamma e_{t-1})^2$	0.00006 (0.9638)	(0.00070) (0.9973)	(0.6609) (0.0000)	0.302994 (0.0000)	0.738233 (0.0000)	0.208483 (0.0311)	1.75047 (0.0008)	-	-6.02136
CEMARGOS									
PARCH (1,1) GED BHHH $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 (e_{t-1})^2$	0.00002 (0.9993)	0.00705 (0.9726)	(0.452) (0.0001)	0.57105 (0.0001)	0.54932 (0.0001)	-	1.290709 (0.0000)	-	-5.6471
CHOCOLATES									
APARCH (1,1) GED BHHH $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 (e_{t-1} - \gamma e_{t-1})^2$	0.00000 (0.9979)	0.000171 (0.9932)	(0.293) (0.0000)	0.306723 (0.0000)	0.727647 (0.0000)	0.26828 (0.0288)	0.821311 (0.0000)	-	-5.6695
COLMIVENS									
GARCH (1,1) GED BHHH $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$	0.001221 (0.0168)	0.1553 (0.0000)	(0.0068) (0.0000)	0.199536 (0.0000)	0.736179 (0.0000)	-	-	-	-5.03736
EXITO									
PARCH (1,1) GED BHHH $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 (e_{t-1})^2$	(0.00000) (0.997)	(0.00000) (0.9983)	(0.729) (0.0000)	0.709933 (0.0000)	0.534017 (0.0000)	-	2.030138 (0.0093)	-	-5.68869
INVERARGOS									
GARCH (1,1) GED BHHH $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$	0.000791 (0.0284)	0.118884 (0.0000)	(0.0054) (0.0000)	0.337808 (0.0000)	0.623161 (0.0000)	-	-	-	-5.34569
ISA									
GARCH (1,1) GED BHHH $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$	0.000703 (0.1025)	0.074895 (0.0224)	(0.0001) (0.0000)	0.283314 (0.0000)	0.639636 (0.0000)	-	-	-	-5.32404
SRAMINI									
GARCH (1,1) GED BHHH $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$	0.001725 (0.0002)	0.159984 (0.0000)	(0.0013) (0.0000)	0.190705 (0.0000)	0.744391 (0.0000)	-	-	-	-5.123107

Notas: Los parámetros estimados negativos se encuentran entre paréntesis en la primera fila. La probabilidad asociada a cada uno de los coeficientes estimados se encuentran entre paréntesis debajo de los parámetros estimados (segunda fila).

Fuente: Elaboración propia

En la estimación de los distintos modelos Garch se asumió una Distribución Generalizada de los Errores (*Generalized Error Distribution*, GED) que corresponde a la utilizada por Nelson (1991) para la evaluación del Egarch y propuesta por Subbotin (1923). Como algoritmo de optimización se recurrió al BHHH (Berndt, Hall, Hall y Hausman), el cual, a diferencia de otros procedimientos, no asume distribución alguna de los errores.

De acuerdo con los resultados obtenidos (cuadro 6), para cuatro de las 10 series –Colinvers, Inverargos, Isa y Suraminv–, el modelo de mejor ajuste fue un Garch (1,1); para

Cemargos y Éxito, lo fue un Parch (1,1); para Aval y Bancolombia, se logró con un Egarch y, finalmente, para Bogotá y Chocolates, el modelo de mejor ajuste incorporó asimetrías: Aparch (1,1,1). Se evidencia que para dos de las 10 series, el coeficiente de asimetría γ fue significativo y positivo. Para Bogotá, γ fue de 0,208483 y para Chocolates, de 0,26828.

Adicionalmente, la prueba LM, aplicada a los residuales, permitió comprobar la no existencia de efectos Arch, con lo cual se corrobora la buena especificación de los modelos. Los resultados respectivos se presentan en el cuadro 7.

Cuadro 7
Prueba de residuales a los modelos estimados

Acciones	Modelo de mejor ajuste		Criterio	Prueba LM (ARCH)	
	Media	Varianza	Schwarz	Obs*R-squared	Prob
AVAL	MA(1)	EGARCH(1,1)	-6,621099	0,081432	0,776357
BANCOLOMBIA	MA(1)	EGARCH(1,1)	-5,2617	0,418076	0,858505
BOGOTA	MA(1)	APARCH(1,1,1)	-6,02136	0,294311	0,587471
CEMARGOS	MA(1)	PARCH(1,1)	-5,6471	0,146286	0,702110
CHOCOLATES	MA(1)	APARCH(1,1,1)	-5,6695	0,024567	0,875450
COLINVERS	MA(1)	GARCH(1,1)	-5,03736	0,025322	0,873568
ÉXITO	MA(1)	PARCH(1,1)	-5,689685	1,119371	0,290054
INVERARGOS	MA(1)	GARCH(1,1)	-5,34569	0,010264	0,919305
ISA	MA(1)	GARCH(1,1)	-5,324094	0,401424	0,526355
SURAMINV	MA(1)	GARCH(1,1)	-5,123107	0,202825	0,652450

Fuente: Elaboración propia

En el apéndice 3 (cuadro A2) se presenta la gráfica de los residuales al cuadrado, lo que permite confirmar la buena especificación de los modelos.

3. Estimación del VaR en presencia de colas pesadas y correlación entre los activos

Tal como se explicó antes, el VaR es una medida del máximo cambio potencial en el valor de un portafolio de instrumentos financieros, con una probabilidad dada sobre un horizonte de tiempo predeterminado (J.P. Morgan, 1996). En esta sección se compara la capacidad de predicción del VaR del periodo siguiente (*one step ahead*), calculado a partir de modelos de volatilidad estocástica en tiempo discreto, con el VaR medido con base en el método Normal (cuadro 8). En este último caso, se utilizó la volatilidad constante correspondiente a la desviación estándar de los retornos para todo el periodo 2003 - 2006. Luego se aplicó una prueba de *Backtesting* para verificar cuál de las dos metodologías predecía el VaR del portafolio hipotético de acciones con un menor error. Se supuso una inversión inicial de \$100 millones. El *Backtesting* se aplicó al periodo comprendido entre enero y junio de 2007.

Cuadro 8
Pronóstico del VaR. Método Normal

2003-2006				
Desviación retornos portafolio	1,696517%	σ diario		
α	Z_α	VaR	W_0	VaR
0,05	1,65	2,799253%	\$100.000.000	\$2.799.253
0,01	2,33	3,952884%	\$100.000.000	\$3.952.884

Fuente: Elaboración propia

El VaR con el método Normal se calcula como:

$$VaR_\alpha = Z_\alpha \sigma W_0 \quad [5]$$

Donde Z_α es el valor crítico obtenido de la distribución normal estándar para un nivel de significancia α ; σ es la volatilidad medida como la desviación estándar y W_0 el valor del portafolio de inversión. Según los resultados señalados en el cuadro anterior, la máxima pérdida probable en el valor del portafolio, con un nivel de confianza del 95% y 99%, es 2,79 y 3,95 millones de pesos, respectivamente.

En la realización del *Backtesting* se partió de los procesos Garch, estimados para cada serie, para pronosticar la volatilidad diaria hasta un horizonte de 121 días hábiles, correspondientes a los días de negociación del periodo comprendido entre el 1 de enero y 30 de junio de 2007. Con dicha volatilidad se calculó el VaR del portafolio para el siguiente periodo t o el *one step ahead VaR*, así:

$$VaR_t = Z_\alpha \sqrt{w^T \Sigma_t w} \quad [6]$$

Donde: w es el vector de participación de los activos; Σ_t es la matriz de covarianzas, resultado del producto de la matriz de desviaciones del

periodo t por la matriz de correlaciones⁸ por la matriz de desviaciones del mismo periodo, y es el valor crítico producto de la distribución normal estándar, de acuerdo con el nivel de significancia requerido. En el cuadro 9 se muestra, a manera de ejemplo, el VaR que se obtuvo para el primer periodo.

Para el primer día hábil de enero de 2007 se pronosticaron VaR de 2,8 millones de pesos ($\alpha = 5\%$) y de 4,0 millones de pesos ($\alpha = 1\%$). Se asumió un valor del portafolio de 100 millones de pesos. Para los dos niveles de significancia seleccionados, el VaR proyectado con base en modelos Garch excedió el estimado con el método Normal, pues el primer método tiene en consideración la presencia de colas pesadas. Los resultados del VaR para los 121 días hábiles siguientes se obtuvieron del mismo modo.

⁸ Al estimar la matriz de correlaciones de los retornos, para el periodo completo de 2003 - 2006 y para cada uno de los periodos por separado (2003, 2004, 2005 y 2006), se encontró que a medida que pasan los años las correlaciones entre los retornos de las acciones son cada vez mayores. Este hecho puede explicarse ya que a principios del periodo algunas de las acciones tenían poco volumen de negociación, pero durante los dos últimos años del periodo de análisis la bursatilidad de las acciones creció notablemente para todos los activos de la muestra. Por tanto, para los análisis posteriores y siendo consecuentes con la realidad actual del mercado accionario colombiano, se utilizará la matriz de correlaciones del año 2006.

Cuadro 9

Pronóstico del VaR a un periodo a partir de los modelos Garch

Vector de pesos para cada activo dentro del portafolio de Inversión											
Acciones	AVAL	BANCOL	BOGOTA	CEMARG	CHOCOLA	COLINV	ÉXITO	INVERAR	ISA	SURAM	
wi	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%

Matriz de Desviaciones generadas a partir de los modelos GARCH											
Acciones	AVAL	BANCOL	BOGOTA	CEMARG	CHOCOLA	COLINV	ÉXITO	INVERAR	ISA	SURAM	
AVAL	1,916%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BANCOLOMBI	0,00%	1,85%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BOGOTA	0,00%	0,00%	1,57%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CEMARGOS	0,00%	0,00%	0,00%	1,60%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CHOCOLATES	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,88%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
COLINVERS	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	2,30%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ÉXITO	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	2,67%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
INVERARGOS	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	2,01%	0,00%	0,00%	0,00%
ISA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,86%	0,00%	0,00%
SURAMINV	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	2,24%	0,00%

Matriz de Correlaciones											
Acciones	AVAL	BANCOL	BOGOTA	CEMARG	CHOCOLA	COLINV	ÉXITO	INVERAR	ISA	SURAM	
AVAL	1,000	0,637	0,645	0,669	0,644	0,650	0,563	0,651	0,625	0,599	
BANCOLOMBI	0,637	1,000	0,673	0,796	0,813	0,846	0,654	0,804	0,795	0,734	
BOGOTA	0,645	0,673	1,000	0,660	0,683	0,716	0,555	0,708	0,651	0,754	
CEMARGOS	0,669	0,796	0,660	1,000	0,782	0,832	0,685	0,856	0,837	0,779	
CHOCOLATES	0,644	0,813	0,683	0,782	1,000	0,775	0,639	0,812	0,827	0,714	
COLINVERS	0,650	0,846	0,716	0,832	0,775	1,000	0,667	0,819	0,773	0,874	
ÉXITO	0,563	0,654	0,555	0,685	0,639	0,667	1,000	0,620	0,642	0,595	
INVERARGOS	0,651	0,804	0,708	0,856	0,812	0,819	0,620	1,000	0,840	0,804	
ISA	0,625	0,795	0,651	0,837	0,827	0,773	0,642	0,840	1,000	0,721	
SURAMINV	0,599	0,734	0,754	0,779	0,714	0,874	0,595	0,804	0,721	1,000	

VaR proyectado a 1 día a partir de modelos tipo GARCH

$w^T \Sigma w$	0,0295%
sigma	1,7168%

VaR

α	Z_α		W_0	VaR
0,05	1,65	2,832770%	\$100.000.000	\$2.832.770
0,01	2,33	4,000215%	\$100.000.000	\$4.000.215

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, las pruebas VaR Garch y VaR Normal para *Backtesting* calculan el error porcentual de cada método, esto es, cuántas veces el retorno real excede el pronóstico del VaR. Por tal razón, la pérdida es superior a la estimada con el VaR. Mientras más bajo sea el error porcentual, mejor capacidad de pronóstico tendrá el modelo. Según esta prueba, ambos modelos tienen buena capacidad de pronóstico (el error es inferior al 5%). Sin embargo, el

Garch muestra mayor número de aciertos que el método Normal. Al nivel de significancia del 5%, la prueba VaR Garch produce un error de 2% de los periodos (días 4, 5 y 40), mientras en la Normal, el error es del 3% (días 4, 5 y 40 y 82). Cuando el nivel de significancia del VaR es del 1%, el error para la prueba VaR Garch es del orden del 0% versus 1% para el VaR Normal. Esto justifica la modelación de la volatilidad a partir de modelos tipo Garch

para la provisión de pérdidas de un portafolio de inversión. Sendos resultados se muestran en el cuadro 10.

En las figuras 1 y 2, se muestra la evolución de los cálculos finales para los 121 días hábiles. Se

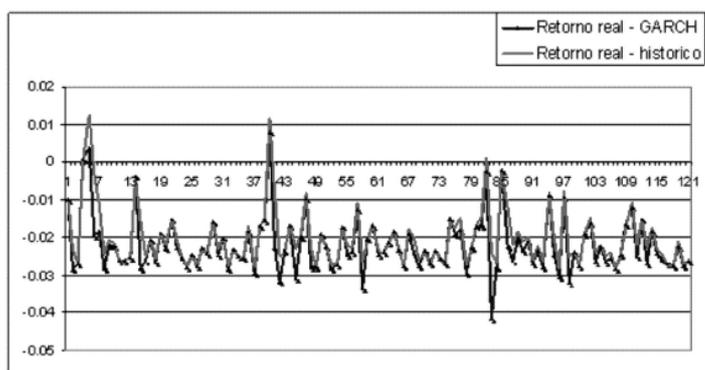
tuvieron en cuenta ambos métodos (Normal y Garch) y el número de aciertos y/o fallas que presentaron ambos métodos, bajo la consideración de niveles de significancia del 5% y del 1%.

Cuadro 10
Prueba VaR

$\alpha = 5\%$		$\alpha = 1\%$	
Prueba VaR GARCH	2%	Prueba VaR GARCH	0%
Prueba VaR Normal	3%	Prueba VaR Normal	1%

Figura 1

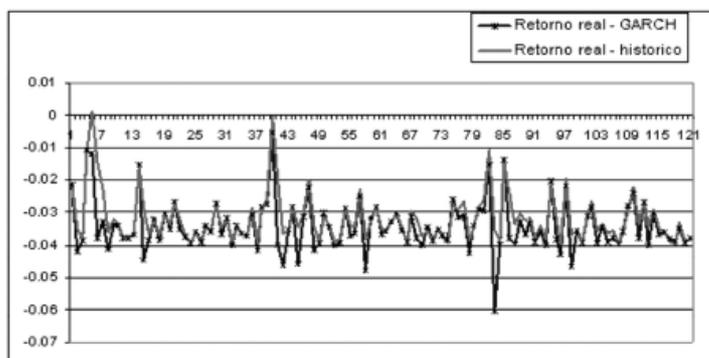
Retornos reales menos VaR, proyectado a partir de modelos Garch y el método Normal al 5% (enero 1- junio 30 de 2007)



Fuente: Elaboración propia

Figura 2

Retornos reales menos VaR, proyectado a partir de los modelos Garch y del método Normal al 1% (enero 1- junio 30 de 2007)



Fuente: Elaboración propia

En todo caso, el error porcentual promedio (*mean percentage error*, MPE) es menor para el pronóstico del VaR a partir de los modelos Garch, tal como se muestra en el cuadro 11:

Cuadro 11
MPE para el pronóstico del VaR

$\alpha = 5\%$		$\alpha = 1\%$	
MPE GARCH	0,404%	MPE GARCH	0,000%
MPE Normal	0,634%	MPE Normal	0,105%

Fuente:

Elaboración

propia

Las pruebas de *backtesting* confirman la conveniencia de recurrir a modelos Garch para la estimación del VaR, ya que generan una mejor aproximación al riesgo de mercado del portafolio accionario sujeto a análisis. Dicho portafolio, si bien es hipotético, guarda una estrecha relación con el que puede tener un inversionista típico en el país, pues consta de las acciones de mayor liquidez en la Bolsa de Valores de Colombia.

4. Método Montecarlo Estructurado para simulación del VaR

La principal razón para recurrir al método Montecarlo Estructurado para pronosticar el VaR es su flexibilidad, la cual permite modelar adecuadamente todos los factores de riesgo que pueden afectar el valor de un activo o un portafolio, realizar simulaciones a plazos amplios e incluir las interrelaciones entre los activos del portafolio (Jorion, 2001).

Además, la investigación se centró en el método de MCE por las siguientes razones:

- Admite la posibilidad de que las variables riesgosas subyacentes tengan efectos no lineales sobre los instrumentos del portafolio (Dancourt y Sotelo, 2004).
- Permite trabajar con funciones de distribución diferentes de la normal u otras funciones conocidas, y, en consecuencia, deja abierta la posibilidad de realizar análisis

que asocian los eventos extremos con una mayor probabilidad de ocurrencia (Dancourt y Sotelo, 2004).

- Ofrece una buena aproximación, con la gran ventaja de ser flexible para simular el valor de estos activos en aquellos casos en los que se presentan discontinuidades o volatilidad heterocedástica; inclusive, en esos casos en los cuales todo lo que se conoce es la distribución empírica del valor del activo o de sus retornos.
- Es muy versátil, dado que su aplicación es independiente del número de variables dinámicas consideradas. Aunque se agregue un mayor número de activos al portafolio, el tiempo requerido para estimar el precio será aproximadamente el mismo.

Por todo lo anterior, el MCE se constituye en el más poderoso de los métodos; inclusive, permite calcular la pérdida esperada más allá de un determinado VaR (VaR condicional o *Expected Tail Loss*), crítica que frecuentemente se le hace al VaR como medida de riesgo de mercado.

El método Montecarlo posibilita, mediante la generación de secuencias de números aleatorios, obtener distribuciones de valores esperados de la variable simulada, en este caso el VaR. El MCE es un método estadístico numérico que correctamente implementado produce una muy buena estimación. Su error, en este sentido, es

proporcional a $1/\sqrt{N}$, donde N es el número de corridas producidas, lo cual se constituye en un factor fundamental de reducción del error.

Como se mencionó en un principio, este estudio va más allá de la simple simulación histórica empleada comúnmente para medir el VaR. Recurre a un método de valoración completa como es el MCE. Mientras en el primero se simulan posibles trayectorias del precio de mercado del portafolio con base en precios históricos, en el Montecarlo Estructurado se parte de la identificación del proceso estocástico que sigue cada una de las variables. Eso permite generar trayectorias para los distintos factores de riesgo que pueden afectar los activos o el portafolio sujeto a medición del riesgo de mercado.

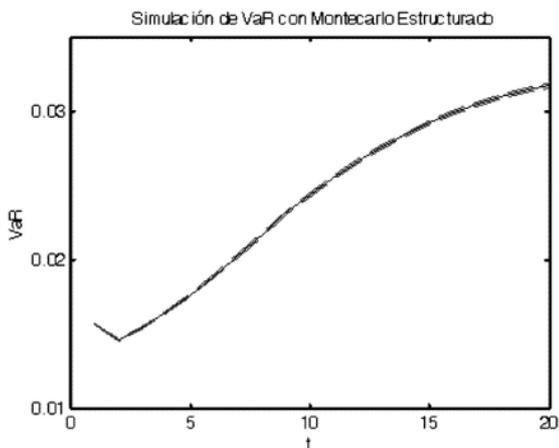
Ahora bien, se critica el método de simulación histórico porque depende en gran parte del periodo seleccionado, ya que es posible que incorpore información de hechos que probablemente no volverán a ocurrir o, por la misma causa, desconozca otros que pueden repetirse. El método Montecarlo Estructurado supera esta dificultad pero está sujeto al riesgo de modelación, tal como ya se discutió. Esto obliga a una cuidadosa definición del comportamiento de cada variable. En el caso que se analiza, específicamente para las acciones que componen el portafolio hipotético, se identificaron los procesos que siguen el precio y la volatilidad de cada uno de los activos y la correlación existente entre ellos. Cuando se tienen en cuenta todos los factores, se obtiene una mejor estimación del VaR que la que pueden ofrecer métodos tradicionales como el Normal e incluso el de simulación histórica.

Así, pues, para aplicar este método al portafolio accionario colombiano, se generaron matrices de innovaciones de dimensión $N \times t$, donde t es el número de periodos para los cuales se simuló el VaR, es decir, los 20 días hábiles

correspondientes al mes de julio de 2007. A partir de esas innovaciones, se concibió otra serie de matrices para la volatilidad de cada activo, de dimensión $N \times (t + 1)$, donde cada trayectoria N parte de la volatilidad real estimada al final del primer semestre y sigue un proceso estocástico identificado y considerado para cada activo en la sección anterior (Garch, Egarch, Parch y Aparch). Con base en estas matrices de volatilidad y la matriz de correlaciones, se calculó finalmente una matriz de VaR donde cada elemento, que representa el VaR para una determinada trayectoria, periodo y nivel de confianza, ha sido calculado a partir de la ecuación [6]. La matriz de VaR permitió, por último, obtener una distribución del mismo para cada periodo t .

Con relación al caso del portafolio hipotético de acciones colombianas que ha servido de base para el análisis que se expone, la gráfica siguiente (figura 3) muestra el VaR esperado para cada periodo, es decir, los 20 días hábiles del mes de julio de 2007 y el intervalo correspondiente a un nivel de confianza del 95% y 5.000 trayectorias.⁹

Figura 3
Simulación de VaR con
Montecarlo Estructurado



Fuente: Elaboración propia

⁹ Para la programación y cálculo del VaR con Montecarlo Estructurado se utilizó el software MATLAB.

Conclusiones

El estudio arrojó evidencia de efectos *leverage* en varias de las series analizadas. Vale decir, las noticias malas influyen más que las buenas sobre los retornos de las acciones colombianas. Se confirma, además la presencia de heterocedasticidad en las series de retornos accionarios colombianos analizadas con presencia de valores extremos y colas pesadas en dichas series. De acuerdo con este resultado, en caso de asumir normalidad en los retornos de las series, el VaR calculado a partir de este supuesto subestimaría el riesgo de pérdida potencial de un portafolio conformado por tales activos.

Al comparar la capacidad de pronóstico del *one step ahead* VaR, calculado a partir de los modelos Garch versus el método Normal, se encontró que los primeros pronostican mejor el VaR pues logran capturar mejor las colas pesadas, características de estas series. Ello se ve reflejado en que, en promedio, el método de pronóstico del VaR, a partir de la volatilidad estocástica, presenta un error porcentual promedio (*mean percentage error* MPE) inferior al del método Normal.

Todo el proceso de estimación de los modelos estocásticos discretos tipo Garch y de las correlaciones permitió simular el VaR utilizando el método Montecarlo Estructurado. Este requirió la identificación del proceso estocástico que sigue cada uno de los factores de riesgo, precios y volatilidad en el caso objeto de estudio; así mismo, la estimación de los respectivos parámetros, para luego proceder a la generación de probables trayectorias de dichos factores y de las distribuciones del VaR esperado para el periodo a proyectar.

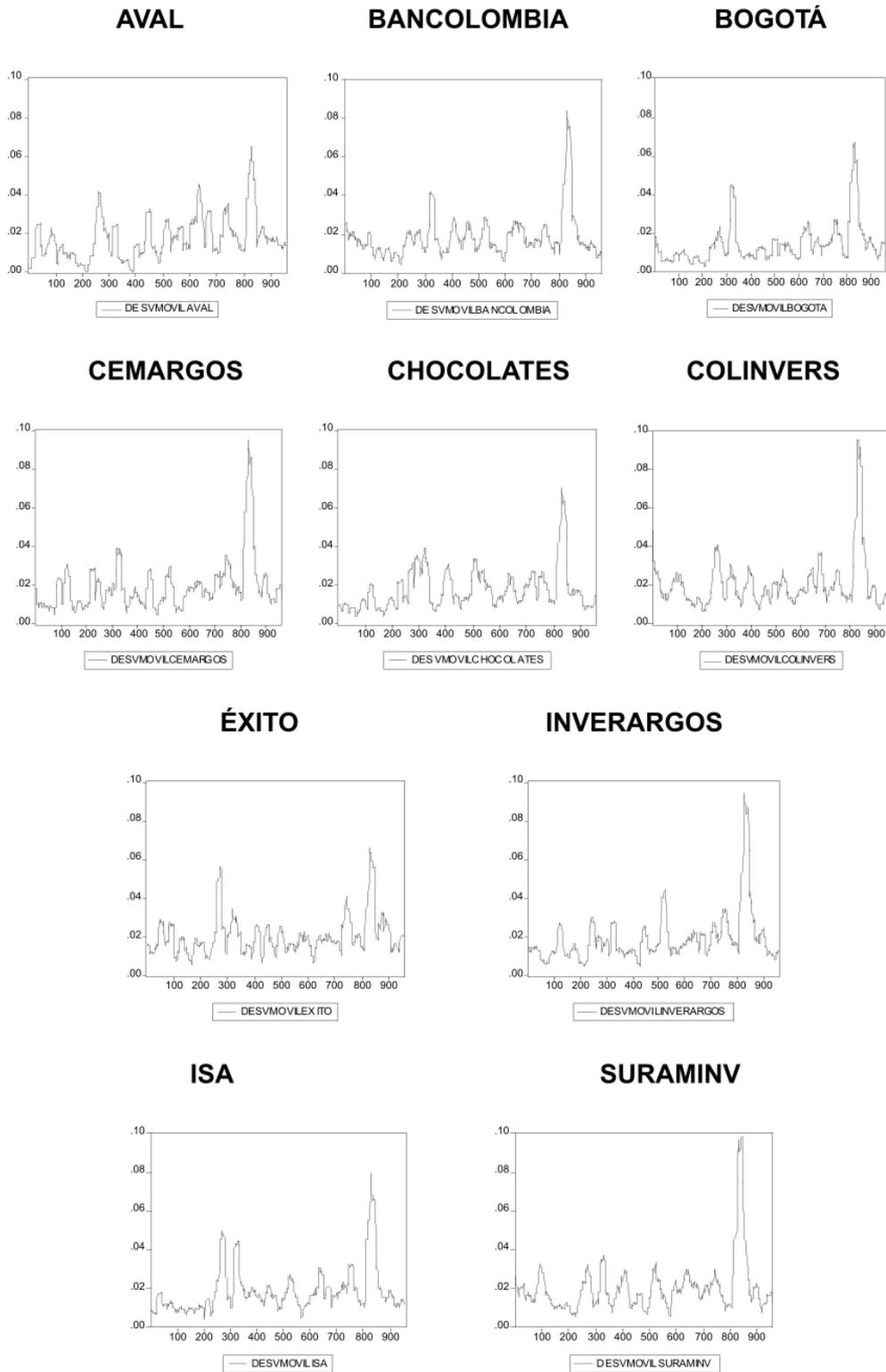
No obstante las consideraciones anteriores, se justifica la exploración de modelos de volatilidad estocástica continuos SV en futuras investigaciones, con el fin de comparar su capacidad de pronóstico del VaR de un portafolio conformado por acciones colombianas, con los modelos de volatilidad estocástica tipo Arch analizados y estimados en este trabajo.

Bibliografía

- Alonso, J. & Arcos, A. (2005). Cuatro hechos estilizados de las series de rendimientos: una ilustración para Colombia. Universidad Icesi, 19 p.
- Bollerslev, T. (1986). A conditionally heteroskedastic time series. Model for speculative prices and rates of return, *The Review of Economics and Statistics*, 69(3). pp. 542-547.
- Boyle, P.; Broadie, M. & Glasserman, P. (1997). Montecarlo methods for security pricing, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21. pp. 1267-1321.
- Dancourt, D. & Sotelo, S. (2004). Informe del proyecto: Sostenibilidad fiscal bajo volatilidad financiera: una aplicación de la metodología Value at Risk para el caso peruano (2003). Universidad del Pacífico, 65 p.
- Ding, Z.; Granger, W.J. & Engle, R. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model, *Journal of Empirical Finance*, 1(1). pp. 83-106.
- Engle, R. (2004). Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice. *The American Economic Review*, 94(3). pp. 405-420.
- _____. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of the United Kingdom inflations, *Econometría*, 50(4). pp. 987-1008.
- Fama, E. (1965). The behavior of stock market prices, *Journal of Business*, 38(1). pp. 34-105.
- Mandelbrot, B. (1963). The variation of certain speculative prices, *The Journal of Business of the University of Chicago*, 36, pp. 394-419.

- Morgan, J. P. (1996). Riskmetrics technical manual. J.P. Morgan. New York.
- Jorion, P. (2001). Value at risk: the new benchmark for controlling market risk. McGraw-Hill. New York.
- Kwiatkowski, D.; Phillips, P. C. B.; Schmidt, P. & Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis if stationarity against the alternative of unit root. How sure are we that economic time series have a unit root?, *Journal of Econometrics*, 54. pp. 159-178.
- Mandelbrot, B. (1967). The variation of some other speculative prices, *The Journal of Business*, 40(4). pp. 393-413.
- Maya, C. & Torres, G. (2004). The unification of the Colombian stock exchange: a step towards efficiency, *Latin American Business Review*, 5(4). pp. 69-95.
- Nelson, D. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach, *Econometrica*, 59(2). pp. 347-370.
- Ojah, K. & Karemera, D. (1999). Random walks and market efficiency. Tests of Latin American emerging equity markets: a revisit, *Financial Review*, 34(2). pp. 57-72.
- Pederzoli, Chiara. (2006). Stochastic volatility and Garch: a comparison based on UK stock data, *The European Journal of Finance*, 12(1). pp. 41-59.
- Phillips, P. C. B. & Perron, P. (1988). Testing for unit roots in time series, *Biometrika*, 75. pp. 335-346.
- Ramírez, J. (2004). Usos y limitaciones de los procesos estocásticos, *Revista de Análisis Económico*, 19 (1). pp. 51-76.
- Subbotin, M. (1923). On the law of the frequency error, *Matematicheskii Sbornik*, 31. pp. 296-301.
- Zangari, P. (1996). Test of conditional normality. Risk metrics. Technical document. J.P. Morgan/Reuters.
- Otros**
Sistema de Información Bloomberg.

Figura A1
Desviaciones móviles de las series



Cuadro A1. Pruebas de raíces unitarias de la serie de retornos
Prueba PP (Phillips & Perron, 1988, 337)

Acciones	Adj. t-Statistic	Critical Value (1%)	Critical Value (5%)	Prob*
AVAL	-27,47173	-3,436837	-2,8642930	0,0000
BANCOLOMBIA	-28,22817	-3,436837	-2,8642930	0,0000
BOGOTA	-26,60712	-3,436830	-2,5682860	0,0000
CEMARGOS	-27,66870	-3,436830	-2,8642900	0,0000
CHOCOLATES	-27,07470	-3,436837	-2,8642930	0,0000
COLINVERS	-24,47107	-3,436830	-2,8642900	0,0000
ÉXITO	-28,58144	-3,436837	-2,8642930	0,0000
INVERARGOS	-27,93807	-3,436878	-2,8643110	0,0000
ISA	-28,33004	-3,436830	-2,8642900	0,0000
SURAMINV	-25,64084	-3,436830	-2,8642900	0,0000

*MacKinnon (1996) one-sided p-values

Fuente: Elaboración propia

Cuadro A2
Prueba KPSS (Kwiatkowski; Phillips; Schmidt & Shin, 1992,173)

Acciones	LM-Statistic	Critical Value (1%)	Critical Value (5%)
AVAL	0,13389	0,739	0,463
BANCOLOMBIA	0,08569	0,739	0,463
BOGOTA	0,04456	0,739	0,463
CEMARGOS	0,07001	0,739	0,463
CHOCOLATES	0,09983	0,739	0,463
COLINVERS	0,12360	0,739	0,463
ÉXITO	0,24432	0,739	0,463
INVERARGOS	0,06005	0,739	0,463
ISA	0,11136	0,739	0,463
SURAMINV	0,07852	0,739	0,463

Fuente: Elaboración propia

Cuadro A3
Gráfica de los residuales al cuadrado

AVAL

Sample: 1 976
Included observations: 976
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.009	-0.009	0.0810	
		2 -0.006	-0.006	0.1143	0.735
		3 0.008	0.008	0.1734	0.917
		4 -0.017	-0.017	0.4513	0.929
		5 -0.011	-0.011	0.5668	0.967
		6 -0.015	-0.015	0.7867	0.978
		7 -0.009	-0.009	0.8709	0.990
		8 -0.016	-0.017	1.1312	0.992
		9 -0.018	-0.018	1.4451	0.994
		10 -0.026	-0.027	2.0884	0.990
		11 -0.019	-0.021	2.4610	0.991
		12 -0.018	-0.020	2.7879	0.993
		13 0.034	0.032	3.9321	0.985
		14 0.013	0.012	4.1081	0.990
		15 -0.010	-0.011	4.2027	0.994

BANCOLOMBIA

Sample: 1 976
Included observations: 976
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.023	0.023	0.5259	
		2 0.025	0.024	1.1315	0.287
		3 -0.026	-0.027	1.7908	0.408
		4 0.000	0.001	1.7908	0.617
		5 0.017	0.018	2.0588	0.725
		6 0.006	0.004	2.0897	0.837
		7 0.016	0.015	2.3351	0.886
		8 0.012	0.012	2.4748	0.929
		9 0.031	0.030	3.4463	0.903
		10 0.032	0.031	4.4568	0.879
		11 0.016	0.014	4.7074	0.910
		12 0.015	0.014	4.9405	0.934
		13 -0.019	-0.019	5.2891	0.948
		14 0.034	0.034	6.4687	0.927
		15 -0.003	-0.004	6.4770	0.953

BOGOTÁ

Sample: 1 977
Included observations: 977
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.017	0.017	0.2954	
		2 -0.028	-0.028	1.0602	0.303
		3 -0.015	-0.015	1.2955	0.523
		4 -0.029	-0.030	2.1368	0.545
		5 -0.030	-0.030	3.0270	0.553
		6 -0.055	-0.056	6.0244	0.304
		7 -0.035	-0.036	7.2083	0.302
		8 0.046	0.042	9.2680	0.234
		9 0.010	0.003	9.3634	0.313
		10 -0.018	-0.021	9.6954	0.376
		11 -0.025	-0.028	10.321	0.413
		12 -0.005	-0.008	10.346	0.500
		13 -0.017	-0.020	10.630	0.561
		14 0.034	0.036	11.757	0.548
		15 -0.031	-0.033	12.709	0.550

CEMARGOS

Sample: 1 977
Included observations: 977
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.012	-0.012	0.1468	
		2 -0.056	-0.056	3.2208	0.073
		3 -0.051	-0.052	5.7261	0.057
		4 0.005	0.000	5.7484	0.125
		5 -0.022	-0.028	6.2215	0.183
		6 0.012	0.008	6.3532	0.273
		7 0.001	-0.001	6.3552	0.385
		8 -0.021	-0.023	6.7883	0.451
		9 -0.050	-0.049	9.2258	0.324
		10 -0.039	-0.044	10.742	0.294
		11 -0.012	-0.021	10.880	0.367
		12 -0.010	-0.021	10.985	0.445
		13 0.051	0.044	13.605	0.327
		14 -0.037	-0.042	14.985	0.308
		15 -0.040	-0.039	16.566	0.280

CHOCOLATES

Sample: 1 976
 Included observations: 976
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.005	-0.005	0.0272	
		2 -0.011	-0.011	0.1425	0.706
		3 0.015	0.015	0.3535	0.838
		4 -0.007	-0.007	0.4030	0.940
		5 -0.016	-0.016	0.6615	0.956
		6 -0.040	-0.041	2.2639	0.812
		7 -0.020	-0.021	2.6669	0.849
		8 0.074	0.073	8.0100	0.332
		9 -0.009	-0.008	8.0969	0.424
		10 -0.002	-0.001	8.1014	0.524
		11 -0.005	-0.009	8.1228	0.617
		12 0.003	0.002	8.1323	0.701
		13 -0.009	-0.008	8.2097	0.769
		14 -0.010	-0.004	8.3002	0.824
		15 -0.019	-0.017	8.6405	0.853

COLINVERS

Sample: 1 977
 Included observations: 977
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.005	-0.005	0.0254	
		2 0.033	0.033	1.1072	0.293
		3 0.015	0.015	1.3222	0.516
		4 -0.029	-0.030	2.1747	0.537
		5 -0.026	-0.028	2.8604	0.581
		6 -0.045	-0.043	4.8178	0.439
		7 -0.003	-0.001	4.8275	0.566
		8 -0.022	-0.019	5.2997	0.623
		9 -0.006	-0.007	5.3373	0.721
		10 -0.009	-0.012	5.4251	0.796
		11 -0.004	-0.005	5.4400	0.860
		12 -0.024	-0.027	6.0271	0.872
		13 0.012	0.010	6.1644	0.908
		14 0.019	0.018	6.5218	0.925
		15 0.032	0.031	7.5255	0.913

ÉXITO

Sample: 1 977
 Included observations: 977
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.034	-0.034	1.1238	
		2 -0.009	-0.010	1.2057	0.272
		3 -0.031	-0.032	2.1553	0.340
		4 -0.014	-0.016	2.3505	0.503
		5 -0.028	-0.030	3.1078	0.540
		6 -0.008	-0.011	3.1698	0.674
		7 -0.016	-0.019	3.4361	0.752
		8 -0.049	-0.053	5.8467	0.558
		9 -0.033	-0.039	6.9531	0.542
		10 0.095	0.089	15.871	0.070
		11 0.010	0.011	15.964	0.101
		12 -0.015	-0.018	16.198	0.134
		13 -0.003	-0.002	16.205	0.182
		14 0.008	0.008	16.266	0.235
		15 -0.014	-0.012	16.471	0.285

INVERARGOS

Sample: 1 977
 Included observations: 977
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.003	-0.003	0.0103	
		2 -0.025	-0.026	0.6478	0.421
		3 -0.009	-0.009	0.7250	0.696
		4 -0.034	-0.035	1.8831	0.597
		5 -0.022	-0.022	2.3410	0.673
		6 -0.011	-0.013	2.4671	0.781
		7 0.005	0.003	2.4894	0.870
		8 0.026	0.024	3.1437	0.871
		9 -0.060	-0.062	6.7010	0.569
		10 0.098	0.098	16.245	0.062
		11 -0.015	-0.018	16.457	0.087
		12 -0.025	-0.019	17.087	0.105
		13 -0.006	-0.008	17.126	0.145
		14 -0.013	-0.010	17.282	0.187
		15 0.006	0.007	17.312	0.240

ISA

Sample: 1 977
 Included observations: 977
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.020	-0.020	0.4030	
		2 -0.006	-0.007	0.4406	0.507
		3 0.001	0.001	0.4423	0.802
		4 -0.048	-0.048	2.7190	0.437
		5 -0.003	-0.004	2.7253	0.605
		6 -0.034	-0.035	3.8945	0.565
		7 -0.013	-0.015	4.0638	0.668
		8 -0.034	-0.037	5.1750	0.639
		9 0.040	0.038	6.7302	0.566
		10 -0.023	-0.026	7.2707	0.609
		11 -0.026	-0.028	7.9561	0.633
		12 -0.016	-0.022	8.1960	0.696
		13 -0.033	-0.032	9.2782	0.679
		14 -0.007	-0.014	9.3312	0.747
		15 -0.021	-0.023	9.7612	0.779

SURAMINV

Sample: 1 977
 Included observations: 977
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.014	-0.014	0.2036	
		2 -0.018	-0.018	0.5297	0.467
		3 -0.013	-0.013	0.6896	0.708
		4 -0.004	-0.005	0.7063	0.872
		5 -0.035	-0.035	1.8648	0.757
		6 -0.004	-0.006	1.9021	0.863
		7 -0.020	-0.022	2.2928	0.891
		8 0.010	0.008	2.3954	0.935
		9 -0.037	-0.038	3.7139	0.882
		10 0.004	0.001	3.7278	0.928
		11 0.009	0.007	3.8024	0.956
		12 -0.020	-0.022	4.1831	0.964
		13 0.020	0.020	4.5716	0.971
		14 0.009	0.006	4.6515	0.982
		15 -0.004	-0.003	4.6676	0.990

Fuente: Elaboración propia