

Estimación multicriterio del costo de capital patrimonial*

Multicriteria Estimated Cost of Equity Capital

Juan Carlos Gutiérrez Betancur**



The measure of all things – Human Judgment
Saaty (1990, p. 98)

Recepción: Enero 14 de 2009

Aceptación: Marzo 02 de 2009

Resumen

La estimación del costo del capital propio es un elemento clave en el proceso de presupuestación de capital. Analistas y gerentes financieros utilizan el CAPM para estimar el costo del patrimonio, el cual requiere tanto la medición de la prima de riesgo del mercado como la estimación de beta. En el caso de compañías públicamente cotizadas y bursátiles, el cálculo del costo del patrimonio se basa totalmente en la información disponible en los mercados financieros. Las firmas no transadas en bolsa no cuentan con suficiente información de mercado que permita construir un comparable exactamente válido. Este artículo propone un modelo multicriterio para determinar el costo del capital propio de compañías no transadas en bolsa. El Proceso Analítico de Jerarquías desarrollado por Thomas Saaty soporta la metodología propuesta para derivar prioridades relativas de factores de riesgo corporativos tangibles e intangibles. El modelo requiere que los administradores financieros y de empresas identifiquen las fuentes de información relevante para los datos de entrada requeridos. El mecanismo de verificación de inconsistencias incluido en el modelo AHP permite a los gerentes identificar las posibles inconsistencias, revisar las percepciones y juicios previos en orden a lograr una síntesis correcta.

Palabras clave: Toma de Decisiones Financieras, Proceso Analítico de Jerarquías, Costo del Capital Propio, Empresas No Transadas en Bolsa, Beta, Riesgo de Negocio, Riesgo Privado, Impulsos Neuronales, Valoración.

* Artículo derivado de la investigación titulada "Modelos alternativos para la administración de portafolios de proyectos, usando media varianza y ANP". Finalizado en 2008. Desarrollada por el autor, en el grupo de investigación en Finanzas y Banca -GYFYB.

** Magister en Finanzas, Tecnológico de Monterrey, México. Docente, departamento de Finanzas, Universidad EAFIT. jgutie31@eafit.edu.co

Abstract

The estimation of the cost of equity capital is a key input to the capital budgeting process when the firm uses internal financing. Financial analyst and managers usually utilize the CAPM to estimate the cost of equity which requires both measurement of the market risk premium and estimation of beta. For publicly traded firms, calculating the cost of equity is entirely based on information from the financial markets. Non traded firms and small businesses do not have sufficient market based information. This article proposes a multicriteria model to determine the cost of equity for non traded firms. The Analytic Hierarchy Process developed by Thomas Saaty is the proposed methodology for deriving relative priorities of tangible and intangible corporate risk factors. The model requires business managers to identify the relevant information sources for the required input data. The inconsistencies checking mechanism within the AHP model allows management to identify inconsistencies, to revise prior judgments and to synthesize coherently.

Key words: Financial Decision Making, Analytic Hierarchy Process (AHP), Cost of Equity, Non Traded Firms, Market Risk Premium, Beta, Business Risk, Private Risk, Neural Firings, Valuation.

Introducción

El CAPM (Capital Asset Pricing Model) es el modelo predominante para estimar el riesgo asociado con un activo. Sin embargo, por definición, los rígidos requerimientos del CAPM no son satisfechos por muchas empresas, tanto transadas como no transadas en bolsa. Esto es aun más evidente en mercados emergentes como Colombia, en donde, hasta el año 2001, de 13.631 empresas medianas y grandes, las listadas en bolsa correspondían al 1,01%, y solo el 0,22% se transaban con frecuencia (Tham & Vélez Pareja, 2004,11-12).

Tres supuestos subyacen al CAPM (Berk & DeMarzo, 2006, 364-365):

- i) Los inversionistas pueden comprar y vender activos financieros a precios de mercado competitivos (sin incurrir en impuestos o costos de transacción) y pueden endeudarse y prestar a la tasa libre de riesgo.
- ii) Los inversionistas poseen solamente portafolios eficientes de activos financieros que rinden el máximo rendimiento esperado para un nivel dado

de volatilidad. iii) Los inversionistas poseen expectativas homogéneas con respecto a las volatilidades, correlaciones y rendimientos esperados de los activos financieros.

De acuerdo con estos supuestos, y debido a que la oferta de activos financieros debería igualar a la demanda por dichos activos, el CAPM implica que el portafolio de mercado de todos los activos financieros riesgosos es el portafolio eficiente. No obstante, aunque estas características son observables en mercados de capital desarrollados y en algunos mercados de capitales emergentes, cuando se trata de valorar inversiones reales en estos últimos resulta difícil la aplicación directa de tales modelos, debido a la existencia de factores como las primas de riesgo históricas negativas, tasas libre de riesgo a corto plazo con niveles superiores a las tasas de depósito de corto plazo para títulos emitidos por instituciones financieras, escasez de datos, datos históricos no confiables, riesgo país, etc. Adicionalmente, es sabido que en mercados emergentes, una alta proporción de la riqueza de los inversionistas no está diversificada

ampliamente y existe una parte de los riesgos que no es negociable en los mercados de valores públicos (riesgo de competencia, riesgo jurídico, riesgo de producción y varios factores de innovación técnica) o que simplemente no se negocia debido a la presencia de grandes costos de agencia.¹ Esto conduce al concepto de riesgo privado, no negociable y no diversificable, el cual puede o no estar correlacionado con el mercado, pero también debe ser medido y valorado (Kaufman & Mattar, 2003, 3-4).

En reciente estudio, Graham y Harvey (2001, 187- 243) hallaron que, en mercados desarrollados, tres de cada cuatro gerentes financieros usan el CAPM como herramienta fundamental para estimar el costo de capital. Así, pues, las cuestiones que surgen son: 1) *¿Por qué los gerentes continúan usando el CAPM junto con la prima de riesgo de mercado promedio histórica para estimar el costo de capital, a pesar de que la evidencia indica que de esta manera podría estar sobrestimándose el costo de capital?* 2) *¿Cuál es un valor razonable para la prima de riesgo de mercado?* 3) *Para valorar activos no bursátiles o de casi nula bursatilidad, en mercados emergentes, ¿cuáles son las alternativas disponibles?*

La evidencia empírica sobre las prácticas de presupuestación de capital indica que el hecho de que la prima de riesgo de mercado promedio histórica tienda a sobrestimar a la verdadera prima de riesgo de mercado, constituye un fuerte argumento a favor de la racionalización del talento gerencial y el capital organizacional de las empresas, y no del capital financiero. De acuerdo con Jagannathan y Meier (2002, 74):

Los gerentes no pueden aceptar cada proyecto con VPN positivo que se presente; luego, resultaría óptimo esperar el surgimiento de mejores alternativas de inversión. En este sentido, la literatura sobre opciones reales demuestra que el uso de Tasas Mínimas

¹ Costos de agencia: aquellos que surgen cuando existen conflictos entre los grupos de interés de una empresa.

Requeridas para aceptación de proyectos (Hurdle Rates) superiores al costo de capital, en conjunto con el criterio del VPN, le permite al gerente considerar el valor de la opción de esperar. Es decir, existe una prima mínima requerida (hurdle premium) por el costo de oportunidad de la escasez del talento gerencial.

Por otra parte, Stein (2001, 5-23) expone dos argumentos adicionales para justificar la existencia de tasas de descuento superiores al costo de capital: la presencia de costos de agencia, así como de información asimétrica entre accionistas y tomadores de decisiones financieras.

Estas son las razones por las cuales los gerentes usan el CAPM a pesar de sus imperfecciones. Empero, no resuelven en forma satisfactoria el problema de la estimación adecuada, a través de los mercados, del costo de capital propio en empresas de bajo o nulo nivel de transabilidad.

1. Alternativas tradicionales para estimar el costo del capital propio (k_e)

El costo del capital propio (k_e) constituye la estimación más difícil de realizar en la evaluación del costo de capital de una empresa. Esta dificultad surge porque los accionistas comunes de la compañía poseen derechos residuales sobre las utilidades de la firma. En otras palabras, los accionistas comunes reciben un rendimiento residual después del pago de los derechos de otros acreedores (tenedores de bonos y accionistas preferenciales). Luego, no hay un rendimiento prometido o especificado explícitamente mediante un contrato financiero. Por lo tanto, el costo relevante del patrimonio es la tasa de rendimiento que los inversionistas esperan por invertir en las acciones de la empresa. Rendimiento que puede presentarse en la forma de distribuciones de efectivo (dividendos y recompra de acciones).

En términos generales, existen en la literatura dos enfoques ampliamente utilizados para estimar el costo del patrimonio. El primero consiste en lo que los economistas financieros denominan “Modelos de Valoración de Activos” (Asset Pricing Models), propuestos durante los años sesenta. Específicamente, el CAPM tradicional, el CAPM ajustado por tamaño y los modelos multifactoriales son modelos de asset pricing. El Segundo enfoque nació con los trabajos pioneros de John Burr Williams en 1938 y de Myron Gordon en 1963. Este concepto es conocido usualmente como “Flujo de Caja Descontado” (DCF), y se caracteriza porque primero estima la corriente esperada de dividendos y luego calcula el costo implícito del capital propio o, en forma equivalente, la tasa interna de retorno, que hace que el valor presente de la corriente futura de dividendos iguale al precio de mercado de la acción de la empresa.

1.1 CAPM tradicional

La intuición básica del CAPM consiste en que el riesgo relevante de una acción está determinado por cómo esta contribuye a la volatilidad general de un portafolio bien diversificado. La lógica del CAPM sugiere que las fuentes aleatorias o inciertas de riesgo privado, no sistemático, deberían tener casi ningún efecto sobre las tasas de rendimiento requeridas porque dichos factores poco contribuyen a la variabilidad general de los portafolios diversificados. El CAPM puede expresarse con la siguiente ecuación que relaciona el rendimiento esperado requerido de una inversión con el riesgo sistemático:

$$k_e = r_f + \beta_e (r_m - r_f) \quad (1)$$

Donde:

- r_f = La tasa de interés libre de riesgo
- β_e = La beta o riesgo sistemático del capital propio de la sociedad

r_m = El rendimiento esperado sobre el portafolio de mercado compuesto de todos los activos riesgosos

En esta ecuación, el diferencial $(r_m - r_f)$ expresa la prima de riesgo esperada del patrimonio.

De las tres variables que componen el CAPM, la selección de la tasa libre de riesgo es el asunto menos controversial. Sin embargo, en su elección hay que establecer cuál activo financiero libre de riesgo es el apropiado y la maduración que se deberá usar. Aunque no hay un consenso entre analistas, la tasa de los títulos del tesoro de los EE.UU. es usualmente elegida como tasa libre de riesgo. No obstante, como regla general se busca que la maduración de la tasa r_f coincida con la maduración de los flujos de caja a ser descontados, y dado que el k_e se usa típicamente para descontar flujos de caja distantes en el tiempo, también es práctica común encontrar analistas que usan tasas de largo plazo, a 10 ó 20 años de maduración, como tasa r_f .

A su vez, la beta de una firma representa la sensibilidad de los rendimientos del patrimonio ante variaciones de las tasas de rendimiento del portafolio general de mercado. Usualmente, la beta de una acción es estimada regresando el exceso de rendimientos de la acción de la compañía sobre el exceso de rendimientos del portafolio de mercado, de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$(k_e - r_f)_t = \alpha + \beta_e (r_m - r_f)_t + e_t \quad (2)$$

Allí:

- k_e = El rendimiento observado por invertir en el patrimonio de la empresa en el período t
- α = El término constante (intercepto)
- β_e = La beta del capital propio de la organización
- e_t = El término de error (la parte del rendimiento patrimonial que no es explicada por los movimientos generales del mercado)

El objetivo al estimar el coeficiente beta es reflejar la relación riesgo-rendimiento en el futuro; a pesar de ello, se trata tan solo de una estimación sujeta a error y, en muchos casos, puede resultar más adecuado usar una muestra representativa de empresas comparables para calcular el coeficiente beta, apalancando y desapalancando el coeficiente para reflejar las diferencias en la estructura de capital.

La beta del patrimonio se puede desapalancar usando la siguiente relación:

$$\beta_{Uj} = \frac{\beta_{Lj}}{1 + (1 - T) \left(\frac{D_{j-1}}{E_{j-1}} \right)} \quad (3)$$

Y, se reapalanca para reflejar la razón Deuda a Patrimonio objetivo, con la siguiente expresión:

$$\beta_{Lj} = \beta_{Uj} \left[1 + \left[(1 - T) \left(\frac{D_{j-1}}{E_{j-1}} \right) \right] \right] \quad (4)$$

Donde:

β_{Uj} = La beta desapalancada en el momento j

β_{Lj} = La beta apalancada en el momento j

T = La tasa marginal de impuestos

D_{j-1} = El valor de la deuda en el momento $j-1$, a precios de mercado (bonos) o en libros (si es deuda privada)

E_{j-1} = El valor de mercado del patrimonio en el momento $j-1$

Luego, surge otra pregunta: en términos fundamentales, ¿de dónde proviene beta? La teoría financiera ha identificado tres determinantes de beta: *la naturaleza cíclica de los ingresos, el apalancamiento operativo y el apalancamiento financiero* (Ross, Westerfield & Jaffe, 2005, 329-333).

El primer determinante tiene que ver con la microeconomía del sector al que pertenece la empresa, e indica que las acciones de sociedades

pertenecientes a industrias muy cíclicas tienden a presentar betas elevadas.

El segundo determinante, el apalancamiento operativo, está relacionado con los costos fijos de producción de la empresa. Se refiere al cambio porcentual en las utilidades operacionales dado un cambio porcentual en los ingresos por ventas de la firma. En ese sentido, se dice que el apalancamiento operativo de la firma aumenta conforme lo hacen los costos fijos y disminuyen los costos variables. Por tanto, organizaciones con ingresos cíclicos y apalancamiento operativo alto, tendrán betas elevadas, y viceversa.

El tercer determinante, el apalancamiento financiero, hace referencia a los costos fijos del financiamiento de la empresa, a la necesidad de atender el servicio de la deuda independientemente del nivel de ingresos que la compañía tenga por ventas. Por consiguiente, cuando los activos se financian con una mezcla de deuda y capital propio, la beta del capital apalancado será:

$$\beta_{Ej} = \beta_{Activosj} \left[1 + (1 - T) \left(\frac{D_{j-1}}{E_{j-1}} \right) \right] \quad (5)$$

O lo que es lo mismo, a medida que aumente el nivel de apalancamiento financiero aumentará la beta del capital accionario de la firma.

Por otra parte, la determinación de la tercera componente del CAPM, la prima de riesgo del mercado, requiere realizar una predicción del margen futuro entre la tasa de retorno del portafolio de mercado y la tasa libre de riesgo. Muchos analistas profesionales usan el pasado histórico para guiar sus estimaciones acerca de la prima de riesgo de mercado futura. Las tablas 1 y 2 contienen un resumen estadístico con las tasas de rendimiento históricas de los mercados de bonos y acciones de Estados Unidos. Se verifica que la prima de riesgo patrimonial en dicho mercado durante 75 años

ha promediado entre el 5% y el 9% en términos geométricos, y entre el 6,5% y el 13,6% en términos aritméticos, dependiendo tanto del tamaño de la compañía como de la tasa libre de riesgo que se elija.

Tabla 1
Rendimientos históricos de bonos y acciones
Resumen estadístico para 1926-2005

	Promedio		
	Geométrico	Aritmético	Desviación Estándar
Acciones de Grandes Compañías	10.4%	12.3%	20.2%
Acciones de Pequeñas Compañías	12.6%	17.4%	32.9%
Bonos Corporativos a Largo Plazo	5.9%	6.2%	8.5%
Bonos Soberanos a Largo Plazo	5.5%	5.8%	9.2%
Bonos Soberanos a Mediano Plazo	5.3%	5.5%	5.7%
Letras del Tesoro	3.7%	3.8%	3.1%
Inflación	3.0%	3.1%	4.3%

Fuente: Ibbotson Associates SBBI Yearbook

Tabla 2
Prima de riesgo de mercado 1926-2005

Sobre Bonos Soberanos de Largo Plazo		
	Geométrica	Aritmética
Acciones de Grandes Compañías	4.9%	6.5%
Acciones de Pequeñas Compañías	7.1%	11.6%
Sobre Bonos Soberanos de Mediano Plazo		
Acciones de Grandes Compañías	5.1%	6.8%
Acciones de Pequeñas Compañías	7.3%	11.9%
Sobre Letras del Tesoro		
Acciones de Grandes Compañías	6.7%	8.5%
Acciones de Pequeñas Compañías	8.9%	13.6%

Fuente: Ibbotson Associates SBBI Yearbook

En los albores del siglo XXI hay razones para pensar que la prima de riesgo de mercado futura (*forward looking*) no debería ser muy alta: 1) los rendimientos históricos varían ampliamente a través del tiempo, resultando en grandes errores de estimación; 2) los cambios recientes en los regímenes tributarios, aplicables a la inversión en acciones en algunos mercados, y el creciente acceso al mercado de capitales global conducirán la prima de riesgo de mercado posiblemente hacia abajo; 3) el desempeño económico excepcional de la economía de los Estados

Unidos en el siglo XX no necesariamente se repetirá en la nueva centuria, sobre todo si se tiene en cuenta la dinámica de crecimiento de China, India y Corea del Sur (Stulz, 2007, 2-10).

Sin embargo, de acuerdo con Fernández y Carabias (2006, 1-25), quienes realizaron un análisis de los métodos propuestos por la literatura financiera internacional para medir la prima de riesgo, “resulta imposible determinar la existencia de una prima de riesgo única del mercado; debido a la existencia de expectativas heterogéneas de los inversionistas”.

1.2 Modelo de descuento de dividendos

El pronóstico más simple para los dividendos futuros de una empresa es establecer que crecerán a una tasa constante, g , para siempre, y que esta será menor que el costo del capital propio de la firma, lo cual se representa mediante la siguiente expresión:

$$P_0 = \frac{Div_0(1+g)}{k_e - g} = \frac{Div_1}{k_e - g} \quad (6)$$

Donde:

P_0 = El precio actual de la acción

Div_0 = El dividendo actual de la acción

g = La tasa constante de crecimiento del dividendo

Consecuentemente, el costo del patrimonio se encontraría resolviendo la anterior ecuación para k_e :

$$k_e = \frac{Div_1}{P_0} + g \quad (7)$$

Con frecuencia, los analistas hallan k_e observando el dividendo más recientemente pagado sobre los últimos 12 meses, Div_0 , junto con el precio corriente de la acción de la compañía bajo análisis, P_0 , y usando un estimativo de la tasa de crecimiento esperada de las utilidades de la empresa como proxy de la tasa de crecimiento esperada de los dividendos de la sociedad, g .

Un modelo más elaborado de descuento de dividendos es el de crecimiento en tres etapas. En este, se especifican tres diferentes tasas de crecimiento, correspondientes a tres fases del crecimiento de una compañía. Durante los años 1 al 5, la g correspondería a la tasa de crecimiento esperada de las utilidades de la compañía. Para los años 6 a 10, g correspondería a la tasa promedio de crecimiento histórico de las utilidades de la industria a la cual pertenece la empresa. La tercera tasa de crecimiento g reflejaría la tasa de crecimiento de largo plazo del PIB y el pronóstico de inflación de largo plazo. En consecuencia, la ecuación respectiva será:

$$\begin{aligned}
 P_0 = & \sum_{t=1}^5 \frac{Div_0 (1+g_{1-5})^t}{(1+k_e)^t} \\
 & + \sum_{t=6}^{10} \frac{Div_0 (1+g_{1-5})^5 (1+g_{6-10})^{t-5}}{(1+k_e)^t} \\
 & + \left(\frac{Div_0 (1+g_{1-5})^5 (1+g_{6-10})^5 (1+g_{11-\infty})}{(k_e - g_{11-\infty})} \right) \\
 & \times \frac{1}{(1+k_e)^{t_0}} \quad (8)
 \end{aligned}$$

En ella, dadas las tasas de crecimiento estimadas, dividendo actual y precio actual de la acción, podría resolverse para obtener el costo del patrimonio, k_e .

Un análisis formal sugiere que un mercado perfectamente competitivo produce un proceso de combinación y , por consiguiente, los precios de las acciones fluctúan aleatoriamente (Samuelson, 1965, 41-49). En el modelo básico de descuento de dividendos, si se considera que toda la información sobre las acciones hasta un instante t forma un conjunto de información I_t , el precio condicional esperado por acción tendría este valor:

$$P_t = E[P_t | I_t] = E \left[\frac{Div_{t+n}}{k_e - g} | I_t \right] \quad (9)$$

Entonces, el valor de las acciones seguiría un proceso de combinación aleatorio: $E[P_{t+1} | I_t] = P_t$. En otros términos, si todo el mundo está enterado de todo, la mejor predicción del precio que tendrán las acciones mañana, o de cualquier precio futuro, es precisamente el precio que las acciones tienen hoy. Empero, la evidencia empírica indica que no es aceptable la hipótesis de que los rendimientos de los activos financieros siguen un proceso de caminata aleatoria. En su lugar, se ha verificado que los rendimientos no siguen una distribución definida, independiente e idéntica, y mucho menos una distribución normal (Maya O. y Torres A., 2005, 80). Esto refuerza la hipótesis según la cual los dividendos corresponden a un reparto de utilidades, no a una generación de valor, es decir, el valor es generado por las transacciones efectivas de la empresa con sus clientes, no por el pago de dividendos. Además, la distribución estadística de dicho valor posiblemente es incierta.

Este conjunto de importantes conceptos, emanados de la teoría financiera, siempre están presentes en la valoración de activos reales transados en bolsa. En cambio, cuando se trata de valorar activos no bursátiles o de escasa bursatilidad, los factores de riesgo privado, específico o no sistemático adquieren una gran importancia para el inversionista y para el banquero que suministra crédito a la empresa no transada. Además, no es fácil hallar siempre un conjunto válido de firma comparables para efectos de calcular la beta de la compañía. En consecuencia, puede ser más relevante estimar una prima de riesgo total para la compañía a partir del análisis fundamental y estructural de las características de riesgo de la empresa. Con este objetivo en mente, se propone a continuación un modelo multicriterio para estimar la prima de riesgo total de una empresa no transada en bolsa o que estando registrada en bolsa presenta bajos niveles de transabilidad.

2. Analytic Hierarchy Process (AHP)

El Analytic Hierarchy Process (AHP) es una metodología que tiene tres funciones principales: 1) estructurar la complejidad, 2) medir en una escala de ratios, 3) sintetizar. El AHP se usa para resolver problemas de decisión multicriterio que impliquen seleccionar entre alternativas competitivas, asignar recursos y pronosticar.

2.1 Origen del AHP

A finales de la década de los sesenta, el matemático Thomas L. Saaty, un pionero de la investigación operacional, se encontraba dirigiendo proyectos de este tipo sobre control de armas para el Departamento de Estado de los Estados Unidos. Con el objetivo de realizar sus proyectos interdisciplinarios, Saaty contrató algunos de los principales economistas expertos en teoría de juegos, entre quienes se encontraban Gerard Debreu, John Harsanyi y Reinhard Selten, posteriores ganadores del Premio Nobel de Economía. A pesar del gran equipo de talentos que había reunido, Saaty estaba decepcionado con los resultados de los esfuerzos conjuntos. Así lo recordó posteriormente:

Two things stand out in my mind from that experience. The first is that the theories and models of the scientists were often too general and abstract to be adaptable to particular weapon tradeoff needs. It was difficult for those who prepared the U.S. position to include their diverse concerns [...] and to come up with practical and sharp answers. The second is that the U.S. position was prepared by lawyers who had a great understanding of legal matters, but [who] were not better than the scientists in accessing the value of the weapon systems to be traded off. (Saaty, 1996, 12)

Años más tarde, cuando se encontraba enseñando en la Wharton School, motivado por la inexistencia de un enfoque sistemático práctico para la asignación de prioridades y la

toma de decisiones complejas, Saaty comenzó a desarrollar el Analytic Hierarchy Process.

2.2 Un nuevo paradigma en medición

En matemáticas y ciencias, se ha creído tradicionalmente que la medición demanda siempre un instrumento con un cero como referencia, una unidad arbitraria elegida y una escala marcada, de tal forma que permita medir las cosas una a una sobre dicha escala e independientemente de otras consideraciones. El uso recurrente de los ejes cartesianos hace creer que cada cosa que sucede en el mundo puede ser estudiada con funciones definidas en el espacio de coordenadas. Eso no es cierto.

La biología humana enseña que siempre se necesita comparar cosas para decidir qué es más grande o mejor o más importante, más preferido o más probable de suceder. Además, las cosas se entienden mejor cuando se relacionan entre sí; es decir, cuando se reconoce cierta medida de dependencia directa o indirecta entre ellas.

En tal sentido, hay diferencias fundamentales entre la teoría de la utilidad (soporte de muchos modelos de la ciencia económica) y el AHP. La teoría de la utilidad califica distintas alternativas pero examinando una a la vez con base en las funciones de utilidad. El AHP se vale de comparaciones por pares para derivar prioridades. La teoría de la utilidad asume transitividad de las preferencias: si A es preferido sobre B y B lo es sobre C, entonces A debería preferirse sobre C, lo cual contradice hechos que se presentan en la realidad, sobre todo en situaciones con interacción competitiva. Por ejemplo, en términos de los equipos de fútbol colombianos “Nacional” derrota al “DIM”, este derrota al “América” pero “América” derrota a “Nacional”. En contraste, el AHP no supone racionalidad perfecta y transitividad absoluta, y no requiere funciones de utilidad, lo cual le brinda más flexibilidad y capacidad descriptiva de la realidad; algo necesario en las ciencias económicas.

2.3 Estructuración de la jerarquía

En el AHP, un problema es estructurado como una jerarquía, seguido por un proceso de priorización que requiere la realización de juicios en respuesta a preguntas sobre la dominancia de un elemento sobre otro cuando se comparan con respecto a una propiedad.

El proceso de diseño de la jerarquía es el siguiente: 1) identificar el objetivo general; 2) establecer los criterios de decisión relevantes; 3) determinar los sub-criterios de decisión, y 4) identificar las opciones de resultado (Saaty, 1994b, 22).

El AHP usa comparaciones por pares de una persona experta para determinar la importancia de un criterio en una decisión. Debido a

que muchos criterios son intangibles, resulta importante comparar las alternativas con respecto a cada criterio considerado. Incluso, cuando las alternativas poseen medidas con respecto a un criterio tangible, el significado de sus valores se debería cotejar, en general (aunque no necesariamente siempre) usando juicios de comparaciones por pares. Los juicios en el AHP se ingresan en una matriz cuadrada en la cual los elementos del lado izquierdo de la matriz son enfrentados a los mismos elementos listados en orden similar encima de la matriz. Esto permite reflejar respuestas a dos interrogantes: cuál de los dos elementos que se contrastan es más importante (o más probable) con respecto al criterio de nivel superior y qué tan fuerte es la intensidad de dicha importancia (o probabilidad), usando la escala de 1-9 que se observa en la tabla 3.

Tabla 3
La escala fundamental de números absolutos

Intensidad de Importancia	Definición	Explicación
1	Igualmente	Dos eventos contribuyen igualmente al objetivo.
2	Igual a moderadamente	
3	Moderadamente	La experiencia y el juicio favorecen moderadamente a un evento sobre otro.
4	Moderada a fuertemente	
5	Fuertemente	La experiencia y el juicio favorecen fuertemente a un evento sobre otro.
6	Fuerte a muy fuertemente	
7	Muy fuertemente	Un evento es favorecido muy fuertemente sobre otro; su dominancia es verificable en la práctica.
8	Muy fuertemente a extremadamente fuerte	
9	Extremadamente fuerte	La evidencia que favorece a un evento sobre otro es del máximo orden posible de afirmación.
Recíprocos de los anteriores	Si un evento <i>i</i> tiene o posee uno de los números positivos anteriores cuando se compara con el evento <i>j</i> , luego <i>j</i> posee el valor recíproco cuando se compara con <i>i</i> .	

Fuente: Saaty, 1994b

La escala de 1-9 no es arbitraria. Se ha demostrado que la inconsistencia del pensamiento humano se incrementa cuando al mismo tiempo se hace comparación de más de siete elementos. Esto indica que hay unos límites al procesamiento de información en la memoria de corto plazo del cerebro humano. Como lo propuso inicialmente el psicólogo cognitivo George Miller (1956, 81-97) y luego lo demostró Saaty (1980), dicho umbral de consistencia-inconsistencia es 7 ± 2 elementos.

En una matriz de comparaciones por pares, si el elemento de la izquierda en la matriz es menos importante (o probable) que el elemento en la parte superior de la matriz, se ingresa un valor recíproco en la correspondiente posición en la matriz. Una vez establecidas todas las comparaciones por pares se calcula el vector de prioridades a la derecha de la matriz. Para un conjunto de n elementos en una matriz se requieren $n(n-1)/2$ comparaciones porque hay n unos en la diagonal para comparar elementos consigo mismos, y de los juicios remanentes, la mitad son recíprocos. La matriz de comparaciones por pares toma la siguiente forma:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

En donde los juicios recíprocos son $a_{ji} = 1/a_{ij}$. Se hace necesario advertir que los juicios en una matriz podrían no ser consistentes, debido a la incertidumbre que el decisor percibe sobre los eventos que compara o con relación a la emisión de juicios de mala calidad. Sin embargo, en todo proceso de medición científica es tolerable un margen de error e inconsistencia, siempre que este no sacrifique la validez de las conclusiones. En el AHP el margen de error es de un orden de magnitud de hasta un 10 por ciento. Lo que quiere decir, si en el proceso de

realización de comparaciones por pares la razón de consistencia es superior a 10 por ciento ($RC > 10\%$) el decisor debe revisar la estructura de sus juicios emitidos y a partir de la evidencia de datos y su experiencia mejorar la calidad de su pensamiento. De acuerdo con Saaty (1994b, 27 y 28), los algoritmos del AHP pueden indicar al decisor en orden secuencial cuáles juicios son los más inconsistentes, y sugerir el valor que mejora la consistencia.

3. AHP y el costo de capital

En la literatura existen pocos antecedentes sobre la aplicación del AHP para estimar el costo de capital. En ese sentido se destacan los trabajos de Cotner y Fletcher (2000) y de Palliam (2005a) (2005b). Tanto los primeros como el segundo parten de la premisa según la cual los propietarios y administradores de una firma no transada en bolsa, en general no visualizan su empresa como un portafolio diversificado sino como su proyecto de inversión de capital en marcha. Para ellos, lo relevante es estimar el riesgo total del negocio (Cotner & Fletcher, 2000, 27-33; Palliam, 2005a, 341-343).

Esto es coherente con la propuesta que se expone en el presente trabajo sobre la necesidad de una metodología que incorpore y valore factores de riesgo tangible e intangible que inciden directa e indirectamente sobre el riesgo total de la organización. Dicho riesgo es, en buena medida, de carácter privado y difícilmente diversificable a través de los mercados financieros; especialmente cuando se trata de las pyme, compañías no transadas en bolsa u organizaciones registradas en bolsa que cuentan con niveles escasos de presencia bursátil.

3.1 El caso Edatel

En Colombia, típico país emergente, por las razones previamente expuestas, se hacen evidentes las inconsistencias de trabajar con el CAPM en organizaciones no transadas (Tham

& Vélez Pareja, 2004, 311-317). El caso de Edatel muestra la aplicación del AHP para efectos de estimar la prima de riesgo total de esta firma registrada en bolsa en marzo de 2003. La compañía observaba en dicho momento mínimos niveles de bursatilidad.

3.1.1 Antecedentes

Edatel es una empresa prestadora de servicios de telecomunicaciones que contaba en 2003, con un portafolio en proceso de diversificación pero en el cual todavía predominaba la telefonía básica.

En el sector de la Telefonía Pública Básica Conmutada –TPBC –, la regulación colombiana no ha definido solamente operadores locales –los cuales predominan desde el punto de vista de su operación y enfoque estratégico–, también operadores de servicios de larga distancia (carriers) y operadores de TPBC local-extendido. A este último segmento de la industria pertenece Edatel, cuya característica

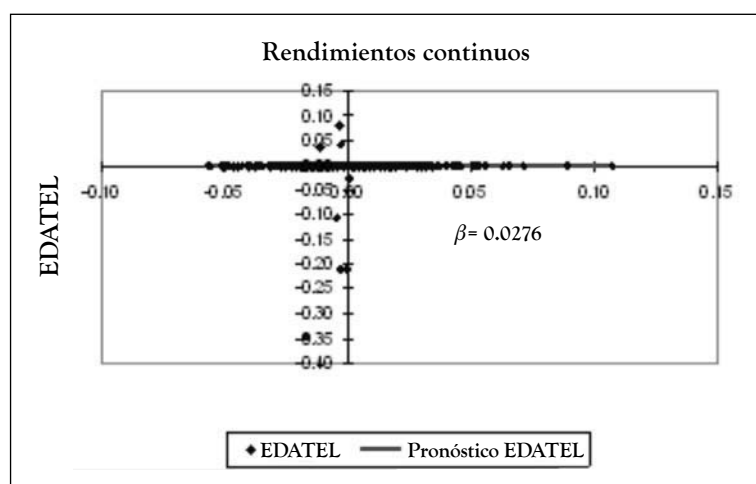
básica es la prestación del servicio de TPBC en localidades regularmente pequeñas (diferentes a las grandes ciudades capitales) y adyacentes geográficamente. De este modo, la corporación logra atender un gran número de localidades disímiles en tamaño, con lo cual alcanza a hacer de su zona de cobertura una región con una densidad importante en telecomunicaciones.

3.1.2 Cálculo de la beta de Edatel

Durante el periodo de análisis se verificó que la acción de Edatel era completamente ilíquida: de los 1.860 días de negociación de la Bolsa de Valores de Colombia transcurridos desde el 1 de enero de 1998 al 24 de febrero de 2003, aquella se negoció tan solo en 27 ocasiones, lo que indica una presencia bursátil de 1,45%.

Al regresar el rendimiento continuo de la acción de Edatel contra el rendimiento continuo del IGBC para el período señalado, se encontró que la β correspondiente fue del 0,0276, como se verifica en el gráfico 1.

Gráfico 1
Acción de Edatel: curva de regresión ajustada



Fuente: Cálculos del autor

Ante la evidencia de falta de bursatilidad y para efectos de calcular el costo del capital propio, se procedió a diseñar un modelo alternativo basado en AHP que permitiese medir los factores de riesgo de Edatel, y calcular la prima en función de la importancia de dichos factores.

3.1.3 Primas de riesgo alternativas

El primer paso en el modelamiento de la prima de riesgo total de Edatel consistió en establecer el rango de primas de riesgo posibles, con base en la evidencia histórica reciente.

Las primas históricas de riesgo en Colombia (MRPCol) se hallan a partir de la evidencia de primas de riesgo del S&P 500 de los EE.UU. (MRP S&P 500) con respecto a las Letras y los Bonos del Tesoro, ajustando por los diferenciales de inflación entre países de la siguiente forma (Tham & Vélez Pareja, 2004, 314-315):

$$MRP_{Col} = \left[\frac{MRP_{S\&P500}(1 + inf_{Col})}{1 + inf_{US}} \right] \quad (10)$$

Donde:

MRP_{Col} = Prima de riesgo de mercado para el mercado colombiano

$MRP_{S\&P500}$ = Prima de riesgo de mercado basada en el S&P 500 en los EE.UU.

inf_{Col} = La tasa de inflación en Colombia

inf_{US} = La tasa de inflación en los EE.UU.

Al trabajar con datos anuales desde 1956², el resultado es el siguiente:

Tabla 4
Promedio aritmético

Periodo	US CPI y/y	Col IPC	S&P 500	T.Bills	T.Bonds
1956-2002	4,19%	17,67%	11,46%	5,65%	6,86%
1956-2007	4,09%	16,49%	11,61%	5,45%	6,58%
1993-2002	2,48%	15,33%	11,05%	4,44%	8,50%
1998-2007	2,73%	7,63%	7,14%	4,05%	6,39%
	MRP S&P 500		MRP Col.		
Periodo	Stocks - T.Bills	Stocks - T.Bonds	Stocks - T.Bills	Stocks - T.Bonds	
1956-2002	5,8%	4,6%	6,6%	5,2%	
1956-2007	6,2%	5,0%	6,9%	5,6%	
1993-2002	6,6%	2,5%	7,4%	2,9%	
1998-2007	3,1%	0,8%	3,2%	0,8%	

Tabla 5
Promedio geométrico

Periodo	US CPI y/y	Col IPC	S&P 500	T.Bills	T.Bonds
1956-2002	4,15%	17,39%	10,16%	5,61%	6,48%
1956-2007	4,05%	16,18%	10,40%	5,42%	6,23%
1993-2002	2,48%	15,17%	9,25%	4,43%	8,01%
1998-2007	2,72%	7,58%	5,84%	4,04%	6,13%
	MRP S&P 500		MRP Col.		
Periodo	Stocks - T.Bills	Stocks - T.Bonds	Stocks - T.Bills	Stocks - T.Bonds	
1956-2002	4,4%	3,0%	5,0%	3,4%	
1956-2007	4,9%	3,5%	5,4%	4,0%	
1993-2002	4,8%	0,0%	5,4%	0,1%	
1998-2007	1,7%	-1,6%	1,8%	-1,7%	

² Se eligió 1956 porque no se tienen datos de inflación colombiana anteriores a esta fecha.

Tabla 6. Desviación estándar

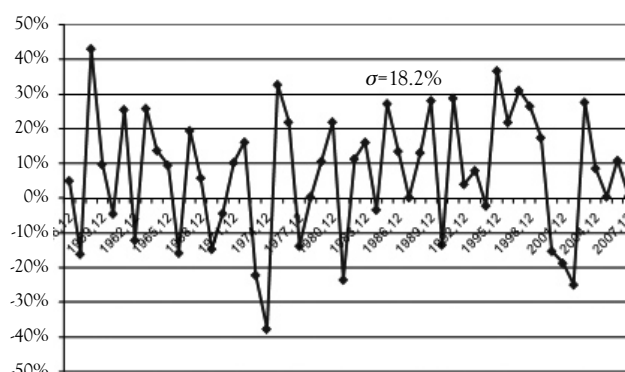
Periodo	S&P 500	T.Bills	T.Bonds
1956-2002	16,8%	2,7%	9,2%
1956-2007	16,2%	2,7%	8,8%
1993-2002	20,5%	1,3%	10,7%
1998-2007	17,2%	1,5%	7,9%

Fuente: <http://www.econstats.com>
<http://www.banrep.gov.co>
http://pages.stern.nyu.edu/~adamoda/New_Home_Page/

En las tablas 4 y 5 se observa que durante la segunda mitad del siglo XX y comienzos del siguiente (diciembre de 1956 a diciembre de 2007), la prima de riesgo de mercado, basada en el S&P 500 y con referencia a las Letras del Tesoro, promedió 6,2% en términos aritméticos y 4,9% en términos geométricos. La volatilidad de esta prima en dólares fue de 16,23%. Se ajustó por la inflación colombiana y se deflactó con la inflación de EE.UU. en dicho periodo, resultando que la prima fue 6,9% para Colombia en términos aritméticos y 5,4% en términos geométricos, con volatilidad del 18,20% (véase el gráfico 2). Adicionalmente, se

observan dos aspectos interesantes: en primer lugar, en términos geométricos, la prima promedio en dólares sobre Bonos del Tesoro de Largo Plazo durante los últimos diez años (1998 - 2007) fue de 1,8%, con equivalencia del -1,7% para Colombia. En segundo lugar, y debido a la globalización y a los menores niveles de inflación, la estructura de primas de riesgo ha caído entre un 50% (aritmética) y un 60% (geométrica); aunque sería razonable esperar un repunte en años futuros debido a la crisis financiera global, en buena medida originada por problemas de gobierno corporativo.

Gráfico 2
MRP Col sobre Tbills 1956-2007



Fuente: Cálculos del autor

Luego, y teniendo en cuenta que la estimación de la prima de riesgo para la empresa en cuestión se hizo a partir del año 2003, se definió trabajar con el promedio geométrico correspondiente al periodo 1956 - 2002 para la prima de riesgo sobre los Bonos del Tesoro, 3,4% más una desviación estándar (19,78%):

$$MRP_{Col}+1\sigma = 5,2\%+19,78\% \text{ anual}$$

$$MRP_{Col}+1\sigma = 23,2\% \text{ anual}$$

Este dato sirvió como punto de partida para establecer cinco (5) intervalos de prima de riesgo total (PRT), lo cual produjo una amplitud del intervalo de 4,64%. El intervalo inferior del rango de PRT es la mitad entre cero y 23,2%, y a partir de allí sumar la amplitud calculada a cada nivel subsiguiente. En el modelo AHP, los rangos anteriormente definidos se denominan las alternativas de PRT. En el contexto del modelamiento del riesgo no sistemático de Edatel, estas alternativas son descritas verbalmente con sus correspondientes valores numéricos en la tabla 7.

Tabla 7

Categorías de PRT	Prima de Riesgo Total
Riesgo Muy Bajo	11,6%
Riesgo Bajo	16,2%
Riesgo Medio	20,9%
Riesgo Alto	25,5%
Riesgo Muy Alto	30,2%

Fuente: Cálculos del autor

En tanto que la descripción del riesgo puede ser similar entre empresas, la magnitud de la prima de riesgo total depende del balance entre los aspectos fundamentales que lo determinan.

3.1.4 Criterios de decisión

El segundo paso en el proceso consistió en la especificación de los factores que impactan el riesgo de la compañía. En el caso de Edatel, y contando con la participación de un Analista de Planeación Financiera de la organización, se especificaron y midieron³ cinco criterios primarios con sus correspondientes subcriterios, tal como se aprecia en el gráfico 3.

En este árbol se observa la presencia de elementos cuantitativos y cualitativos determinantes del riesgo corporativo.

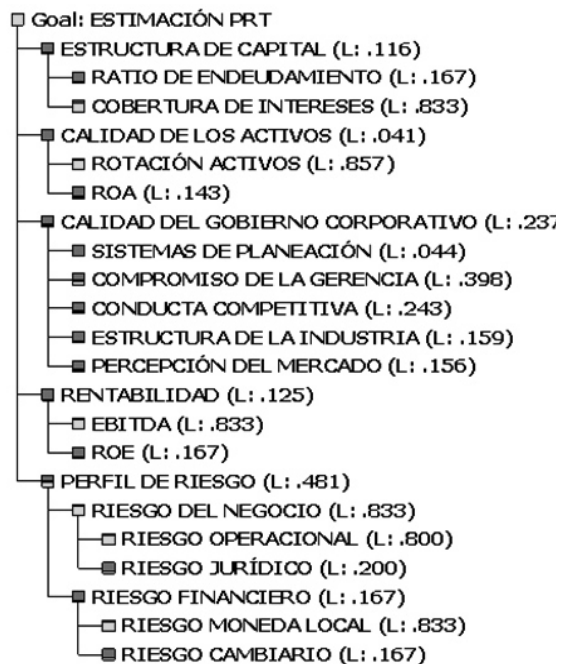
³ Las mediciones del AHP Edatel se realizaron con el Software EXPERT CHOICE.

A partir de esta estructura, el tercer paso consistió en captar las prioridades de juicios expertos de pares comparados de elementos del proceso de estimación de primas de riesgo con respecto a cada uno de sus criterios originales.

Por ejemplo, en cada criterio se procedió a resolver preguntas de la siguiente manera: Desde el punto de vista de la “Estructura de Capital”, ¿qué es más importante: “La Ratio de Endeudamiento” o la “Cobertura de Intereses”? Así se procedió sucesivamente para cada uno de los cinco criterios: estructura de capital, calidad de los activos, calidad del gobierno corporativo, rentabilidad y perfil de riesgo.

Después se formularon preguntas para derivar probabilidades asociadas a cada alternativa de prima de riesgo definida.

Gráfico 3



En el nivel más interno de subcriterios se preguntó de la siguiente forma: desde el punto de vista del “Riesgo Operacional de Edatel” ¿qué prima de riesgo total es más probable: “Muy Baja”, “Baja”, “Media”, “Alta” o “Muy Alta”?

Los juicios expertos de pares comparados se representaron en una matriz y las probabilidades subjetivas de ocurrencia de cada prima se derivaron de la matriz como su autovalor principal. Estas ponderaciones relativas se ilustran en el árbol del gráfico 3 como prioridades locales (L). A su vez, esto permitió medir la consistencia en los juicios emitidos por los expertos:

$$\text{Razón de Consistencia} = \frac{\lambda_{\max} - n}{IA} \quad (11)$$

Donde λ_{\max} indica el grado de inconsistencia inicial de los juicios, e IA es un índice aleatorio para diversos tamaños de matriz "n", aproximado por Saaty mediante procesos estocásticos. Para el caso de Edatel, el nivel de consistencia obtenido fue de 0,08, que indica un aceptable margen de error, si se tiene en cuenta que Saaty sugiere como aceptable una $RC \leq 0,10$.

En el cuarto paso, los juicios fueron sintetizados (combinados) en el modelo, para lo cual se usó un proceso de ponderación y adición para derivar los pesos totales de los niveles alternativos de prima de riesgo total. Esto permitió llegar al siguiente vector de probabilidades (o prioridades) para las alternativas de prima de riesgo total (PRT) de Edatel:

Tabla 8

Categorías de PRT	Prima de Riesgo Total	Prob.
Riesgo Muy Bajo	11,6%	28,1%
Riesgo Bajo	16,2%	23,9%
Riesgo Medio	20,9%	22,9%
Riesgo Alto	25,5%	14,2%
Riesgo Muy Alto	30,2%	10,9%
PRIMA DE RIESGO TOTAL		18,83%

Fuente: Cálculos del autor

4. Análisis de resultados

Esta prima es el equivalente para una empresa no bursátil en Colombia de la expresión del

CAPM: $\beta(r_m - r_f) + \text{Riesgo del Negocio (Br)}$. Según la tabla 8, la prima de riesgo total (PRT) así calculada es igual a 18,83%.

Esta prima de riesgo se adiciona a la tasa r_f esperada sobre los bonos de tesoro en US, expresada en términos de pesos colombianos, para obtener el costo estimado del patrimonio (k_e). En marzo de 2003, la tasa libre de riesgo se proyectó de la siguiente manera:

Tabla 9

PRONÓSTICO TASA LIBRE DE RIESGO	
	Dato
Proyección de r_{LT} Composite (>10 yrs) el día 31/03/2003	4,71%
Proyección inf Col a 10 años	5,00%
Proyección inf US a 10 años	3,00%
Proyección de r_f en Col pesos	4,80%

Fuente: Cálculos del autor

Por lo tanto, el k_e fue igual a:

$$k_e = r_f \text{ Proyectada} + \text{PRT} \quad (12)$$

$$k_e = 4,80\% + 18,83\% = 23,63\%$$

Este sería el costo del patrimonio de Edatel, evaluado integralmente en marzo de 2003.

4.1 Validación por el método de comparables

Una forma de validar este resultado es recurrir al método de comparables. En el caso de Edatel, la beta desapalancada del sector servicios de telecomunicaciones, según Damodaran (2003) en el momento del estudio, era de 0,96, y para hallar la beta de Edatel, teniendo en cuenta su estructura de capital, se aplicó la siguiente ecuación (Tham & Vélez Pareja, 2004, 314-310):

$$\beta_{EDATEL} = \beta_{ab} \frac{\left[1 + \frac{D_{EDATEL}}{E_{EDATEL}} (1 - T) \right]}{\left[1 + \frac{D_{ab}}{E_{ab}} (1 - T) \right]} \quad (13)$$

Donde:

- β_{Edatel} = Beta de Edatel
- β_{ab} = Beta de activo bursátil comparable
- D_{Edatel} = Deuda de Edatel
- E_{Edatel} = Capital de Edatel
- D_{ab} = Deuda de activo bursátil comparable
- E_{Edatel} = Capital de activo bursátil comparable

Al tener en cuenta la estructura de capital de Edatel, se obtuvo el siguiente resultado:

Tabla 10

EMPRESA	β_L	ESTRUCTURA DE CAPITAL			Tasa Impositiva
		E	D	D/E	
Sector	0,96	64,5%	35,5%	55,1%	12,0%
EDATEL	0,72	85,6%	14,4%	16,8%	30,0%

Fuente: Cálculos del autor

En marzo de 2003, el k_e del sector de servicios de telecomunicaciones, según Damodaran (2003), era de 10,77% en dólares, y luego de ajustar por los diferenciales de inflación y sumar la prima por riesgo país⁴, se llegó al siguiente resultado:

- k_e US sin Riesgo País = 10,77%
- k_e Col sin Riesgo País = 10,98%
- r_m Implícito en K_e = 13,35%
- r_f = 4,80%
- β = 0,72
- Riesgo País = 6,45%
- k_e Col con Riesgo País = 17,43%
- Diferencia entre métodos = 6,21%

Fuente: <http://www.dnp.gov.co>
http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/

Así las cosas, se pudo observar una diferencia de 6,21% entre los dos métodos. 23,63% bajo AHP y 17,43% bajo “Comparables”. Esta diferencia simplemente indica que la metodología AHP puede ser especialmente útil cuando hay insuficiencia de información,

⁴Spread del Bono Colombiano Global 27 sobre los Treasury Bond en Marzo de 2003 era de 645 pb.

no hay un comparable válido precisamente identificable y/o se desean modelar factores de riesgo estratégico o privado de los negocios. En dichas circunstancias, al ser medidos los elementos intangibles de riesgo del negocio, es posible obtener una prima de riesgo mayor.

Conclusiones

En primer lugar, en la práctica no hay un consenso absoluto sobre cuál debe ser la técnica a utilizar para medir el riesgo que incide sobre el costo del capital. Sin embargo, una gran proporción de practicantes en la industria utiliza el CAPM. Ahora, es claro que esa definición dependerá del tipo de empresa y del sector al cuál pertenezca. Todas las técnicas disponibles en la teoría financiera para el cálculo del costo de capital son imprecisas, lo cual más que un defecto es el reflejo de lo incierto e inherentemente impreciso que es el objeto de estudio. Como sí ocurre en la física, la economía financiera no dispone aún de una teoría general (del todo) que en este caso permita medir de manera precisa y única el costo de capital propio de cualquier compañía.

Se puede contar con fundamentos para la valoración de activos como la Ley del Precio Único y el Principio de No Arbitraje. Estas bases permiten valorar activos financieros y reales en forma justa en mercados competitivos y normales; principios que deben prevalecer cuando la información disponible permita comprar y vender al precio de mercado o replicar los flujos de caja de un activo real construyendo un portafolio de acciones y títulos riesgo cero que produzcan el mismo resultado. Todos estos enfoques son correctos y en ocasiones pueden ofrecer la respuesta adecuada, pero la estimación del costo de capital propio continua siendo tanto un arte como una ciencia (especialmente en mercados emergentes), y necesariamente requiere otear y ponderar más el futuro (*forward looking*) que el pasado, con el fin de capturar las expectativas sobre el posible devenir de los

eventos económicos y sus efectos directos e indirectos sobre la gestión financiera.

En segundo lugar, la metodología multicriterio AHP y su generalización ANP constituyen un enfoque correcto y necesario para medir y valorar en economía y finanzas, y pueden ser especialmente útiles para el caso de mercados emergentes, caracterizados por grandes imperfecciones y asimetrías informativas, gran concentración de riesgos en unos cuantos propietarios de compañías, así como multitud de factores de riesgo privado. Al mismo tiempo, permiten combinar la evidencia de los datos con el juicio del experto de manera consistente para reflejar la percepción sobre el futuro incierto.

En últimas, medir adecuadamente el costo del capital, por naturaleza aleatorio e impreciso, es tarea importante, pero posiblemente sea de mayor relevancia gestionar la imprecisión de los flujos de caja (a veces especulativos) que se van a descontar.

La toma de decisiones depende de juicios y conocimiento, experiencia y anticipación. Muchos agentes económicos persisten en el uso único de métodos estadísticos y de análisis numérico de datos del presente y del pasado para predecir lo que vendrá. Estos instrumentos son importantes, pero su valor será mucho mayor cuando se complementen con enfoques más integrales de predicción, enfoques que permitan tanto modelar los impulsos neuronales del experto como simular los potenciales efectos que sobre los resultados pueden tener las ineludibles relaciones de dependencia y retroalimentación existentes entre factores de riesgo tangible e intangible.

Apéndice

El AHP tiene cuatro axiomas: 1) juicios recíprocos, 2) elementos homogéneos, 3) estructura jerárquica o con retroalimentación

y 4) expectativas de rango ordenado (Saaty, 1994b, 41-42).

Se comienza formulando la condición para una solución donde se dispone de las medidas w_1, \dots, w_n para los n criterios A_1, A_2, \dots, A_n en orden a estructurar el problema de las comparaciones por pares:

$$Aw = \begin{matrix} A_1 & \dots & A_n \\ \vdots & & \vdots \\ A_n \end{matrix} \begin{bmatrix} w_1/w_1 & \dots & w_1/w_n \\ \vdots & \dots & \vdots \\ w_n/w_1 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = nw$$

Donde A ha sido multiplicado a la derecha por la transpuesta del vector de ponderaciones $w = (w_1, \dots, w_n)$. El resultado de esta multiplicación es nw . Por lo tanto, para recuperar la escala de la matriz de ratios, se debe resolver el problema $Aw = nw$ o $(A - nI)w = 0$ donde el operador I es la matriz identidad. Este es un sistema de ecuaciones lineales homogéneas, con solución diferente de cero si y solo si el determinante de $A - nI$, un polinomio de grado n en n , es igual a cero, resultando en una ecuación de grado n conocida como la ecuación característica de A . Esta ecuación posee solución si n es una de sus raíces (autovalores de A). De esta manera, todos los n autovalores de A , excepto uno, son iguales a cero. La suma de los autovalores de una matriz es igual a la suma de los elementos de su diagonal (su traza). En este caso, cada elemento de la diagonal es igual a uno y por consiguiente su suma es igual a n . De allí se sigue que n debería ser un autovalor de A y es el mayor autovalor o autovalor principal, obteniéndose una solución diferente de cero. Dada una fila o un conjunto mínimo de entradas que interconecte todos los elementos, el resto de la matriz puede construirse a partir de este conjunto formando las ratios apropiadas.

Para hacer que w sea única, se pueden normalizar sus entradas dividiendo por su suma, es decir, dada la matriz de comparación, se puede recuperar la escala. En este caso, la

solución es una columna de A normalizada. Si se considera que la propiedad recíproca $a_{ji} = 1/a_{ij}$ se cumple en A, entonces $a_{ii} = 1$. A, además, es consistente: las entradas de la matriz satisfacen la relación $a_{ij}a_{jk} = a_{ik}$ para todo i, j, k .

En términos generales, el valor preciso de w_i/w_j no está dado, pero en su lugar se dispondrá de un juicio de estimación emitido por un experto cuyo conocimiento del asunto en cuestión hará posible ocasionar pequeñas perturbaciones en los coeficientes. Este problema se convierte en $Aw = \lambda_{max}w$, donde A es la matriz de comparaciones por pares. Surge, pues, un asunto crítico: ¿qué tan buena es la estimación de w? La matriz cuyas entradas son w_i/w_j será una matriz consistente. Sin embargo, la matriz A no necesita ser absolutamente consistente. De hecho, las entradas de A no necesariamente deben ser transitivas; es decir, A_1 podría preferirse a A_2 y A_2 a A_3 pero A_3 podría preferirse a A_1 . Por lo tanto, es deseable tener una medida del error debido a la inconsistencia. A es consistente si y solo si $\lambda_{max} = n$ y posiblemente siempre será $\lambda_{max} \geq n$.

Como pequeños cambios en a_{ij} implicarán pequeños cambios en λ_{max} , la desviación de λ_{max} de n es una desviación de la consistencia y puede ser representada mediante $(\lambda_{max} - n)/(n-1)$, la cual se denomina índice de consistencia (C.I.). Una vez que se calcula la consistencia se compara el resultado con el que produce un índice de matrices recíprocas generadas aleatoriamente de la escala 1 a 9. Este índice se denomina índice aleatorio (R.I.), como aparece en la tabla 11, cuyas primera y segunda filas corresponden al orden de la matriz, y al índice aleatorio promedio respectivamente.

Tabla 11

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R.I.	0.00	0.00	0.52	0.89	1.11	1.25	1.35	1.40	1.45	1.49

Fuente: Saaty, 1994b

La ratio de C.I. sobre el promedio de R.I., para la matriz del mismo orden, se denomina razón de consistencia (C.R.). Una razón de consistencia de 0,10 o menos es evidencia positiva de un juicio informado.

Bibliografía

Berk, Jonathan & Peter DeMarzo. (2006). Corporate finance. Boston: Addison Wesley.

Cotner, John S. & Harold D. Fletcher. (2000). "Computing the cost of capital for privately held firms", American Business Review, 2(18). New Haven, CT., pp. 27 - 33.

Damodaran, Aswath. (2003). "Levered and Unlevered Betas by Industry". <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/>. (Marzo 15 de 2004).

Fernández, Pablo y José María Carabias. (2006). "La prima de riesgo del mercado (market risk premium)", Social Sciences Research Network. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=897676. (Abril 20 de 2008)

Gordon, Mayron J. (1963). "Optimal investment and financing policy", Journal of Finance, 2(18). Durham NC., pp. 264 - 272.

Graham, John R. & Campbell Harvey. (2001). "The theory and practice of corporate finance: evidence from the field", Journal of Financial Economics (60). Rochester, NY., pp. 187 - 243.

Jagannathan, Ravi & Iwan Meier. (2002). "Do we need CAPM for Capital budgeting?", Financial Management (31). Tampa FL., pp. 5 - 27.

Kaufman, Gordon M. & Mahdi Mattar. (2003). "Private risk". Working Paper 4316-03. MIT Sloan School of Management.

Maya Ochoa, Cecilia y Gabriel A. Torres Avendaño. (2004). "Las caminatas aleatorias no son de este mundo", Revista Universidad EAFIT, 138(41). Medellín, pp. 65 - 83.

Miller, George A. (1956). "The magical number seven, plus or minus two: some limits on

- our capacity for processing information", *Psychological Review* (63). Washington, DC. pp. 81 - 97.
- Palliam, Ralph. (2005a). "Application of a multicriteria model for determining risk premium", *The Journal of Risk Finance*, 4(6). Philadelphia, pp. 341 - 348.
- _____. (2005b). "Estimating the cost of capital: considerations for small business", *The Journal of Risk Finance*, 4(6). Philadelphia, pp. 335 - 340.
- Ross, Stephen A.; Westerfield, Randolph W. & Jaffe, Jeffrey. (2005). *Finanzas Corporativas*. Séptima Edición. México. McGraw Hill.
- Saaty, Thomas L. (1996). *Decision making with dependence and feedback: the analytic network process*. Pittsburgh, PA: RWS Publications.
- _____. (1994a). *The fundamentals of decision making and priority theory with the Analytic Hierarchy Process*. Pittsburgh, PA: RWS Publications.
- _____. (1994b). "How to make a decision: the Analytic Hierarchy Process", *Interfaces*, 6(24). Pittsburgh, pp. 19 - 43.
- _____. (1990). "Physics as a decision theory", *European Journal of Operational Research* (48). Pittsburgh, pp. 98 - 104.
- _____. (1980). *The Analytic Hierarchy Process*. New York: McGraw Hill.
- Samuelson, Paul. (1965). "Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly", *Industrial Management Review*, 6. Bostons. pp. 41 - 49.
- Stein, Jeremy C. (2001). "Agency, information and corporate investment". Working Paper 8342. National Bureau of Economic Research. Cambridge.
- Stulz, René M. (2007). "The limits of financial globalization", *Journal of Applied Corporate Finance*, 1(19). New York, pp. 8 - 15.
- Tham, Joseph & Ignacio Vélez Pareja. (2004). *Principles of cash flow valuation*. London: Elsevier Academic Press.
- Vélez, Ignacio. (2002). "Cost of capital for non-traded firms", *Academia, Revista Latinoamericana de Administración*, 29. Bogotá, pp. 45-75.
- Williams, John Burr. (1938). *The theory of investment value*. Cambridge, MA: Harvard University Press.