

Determinación de precios para la regulación de los monopolios naturales¹

Por: **Diana María Cardona L.***,
Gustavo Adolfo López A.**, **Mery Patricia Tamayo P.*****

Palabras clave: Monopolio natural, costo marginal, regla de Ramsey, peak load, regla de Baumol Willig, mecanismos de regulación.

RESUMEN

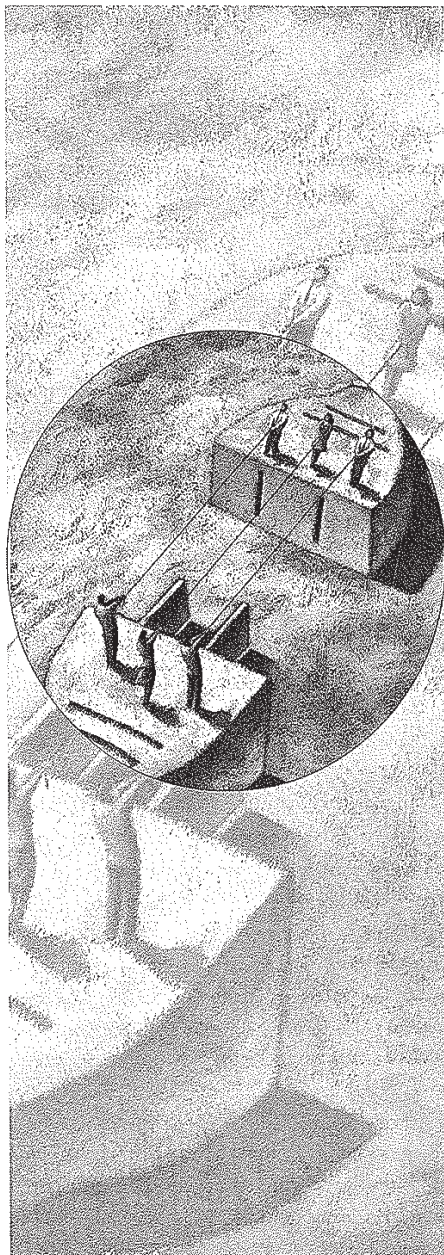
En este artículo se revisan las características de los monopolios naturales y se abordan las principales formas de determinación de precios en tales estructuras, analizando las implicaciones prácticas que estas tienen sobre la eficiencia y el bienestar de los agentes involucrados. Además se analizan los mecanismos a los que el regulador recurre en

¹ Este artículo es uno de los resultados de una investigación realizada gracias a la financiación del Comité de Investigaciones de la Universidad de Antioquia, CODI, en la cual también colaboró Carlos Enrique Gómez como auxiliar de investigación.

* Docente de cátedra Departamento de Economía, Universidad EAFIT, Magister en Economía Universidad de Antioquia.

** Docente Facultad de Ciencias Económicas Universidad de Antioquia.

***Docente de cátedra Departamento de Economía, Universidad de Medellín, Magister en Economía Universidad de Antioquia.



ejercicio de sus funciones, con el objetivo de maximizar el bienestar social.

INTRODUCCIÓN

Los recientes cambios en la estructura de los servicios públicos, caracterizados por la conversión de antiguas empresas públicas en empresas privadas, el fomento de la competencia, el establecimiento de entidades reguladoras, han dado lugar a un replanteamiento de las formas de regulación de estas empresas. En particular, han cobrado de nuevo interés las formas de discriminación de precios, los esquemas no lineales de precios, las controversias sobre la fijación de la tasa de rendimiento sobre el capital invertido, etc.

El propósito de este artículo es el de revisar algunas de las principales formas de determinación de precios y sus características desde el punto de vista de la eficiencia y del bienestar relativo de los agentes involucrados, aplicables, de acuerdo con sus características, a empresas de un solo producto o a empresas de múltiples productos, a firmas verticalmente integradas o a empresas que no integran una cadena productiva, y a industrias monopolísticas u oligopólicas. Así mismo se revisan los principales mecanismos a los que recurre el regulador en ejercicio de sus funciones, con el propósito de maximizar el bienestar social.

Después de recordar brevemente el concepto de monopolio natural en la primera sección de este artículo, se procede a plantear algunas de las soluciones de segundo óptimo como:

subsidiar al monopolio, la regla del precio promedio, los precios de Ramsey, la fijación de precios con demanda estacional y la regulación mediante la tasa de retorno. En la tercera sección se examinan dos opciones para fijar precios en las industrias verticalmente integradas como son los precios de Ramsey y la regla de Baumol-Willig. Por último, en la cuarta sección se examinan algunos de los mecanismos de regulación: price-cap, costos completamente distribuidos y costos incrementales.

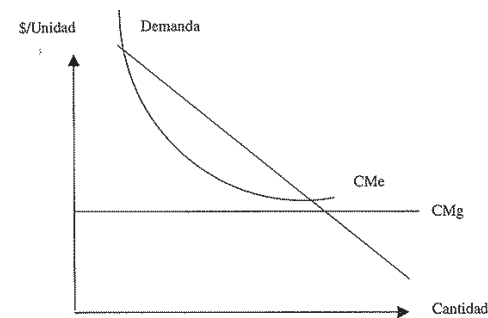
1. Monopolio Natural

Cuando en una actividad industrial se verifica la existencia de subaditividad de costos, es decir, cuando siempre resulta menos costoso producir un grupo cualquiera de bienes o servicios en una empresa que fraccionarlos de cualquier manera en varias de ellas, se dice que esa actividad se constituye en un monopolio natural: resulta más eficiente desde el punto de vista social que exista una sola empresa atendiendo los mercados de esos productos. Un caso particular es el de la existencia de costos medios decrecientes en una empresa que genera un solo producto.

Como es sabido, la existencia del monopolio natural plantea el problema de la imposibilidad de fijar los precios de acuerdo con la regla del costo marginal (CMg), pues en tal caso la empresa incurriría siempre en pérdidas, pues los costos marginales estarían por debajo de los costos medios totales (CMe) y el precio no sería suficiente para cubrir los costos fijos (CF), (Ver Gráfico 1). La igualdad del precio con el costo marginal da lugar a la maximización del bienestar de los agentes

involucrados en el mercado, pero en este caso la maximización se lograría a costa de una pérdida para la empresa proveedora. El llamado primer óptimo da lugar a un resultado que no es viable para la empresa desde el punto de vista financiero. Por ello es necesario recurrir a las soluciones que se denominan corrientemente de segundo óptimo y que han sido tratadas en la literatura económica de manera especial para el caso de la regulación de los servicios públicos.

Gráfico 1
Curvas de costos de un monopolio



2. Soluciones de segundo óptimo

2.1 Subsidiar al monopolio: El gobierno podría subsidiar a la empresa monopolística por un valor igual a la pérdida a la que se ve enfrentada cuando el precio que cobra es igual al costo marginal, sin embargo esta solución introduce aún más distorsiones ya

que el Estado debe financiar estos pagos con el cobro de impuestos, que pueden dar lugar a ciertas ineficiencias en otros mercados.

2.2 Regla del precio promedio: Otra alternativa es cobrar un precio igual al costo marginal y como esto deja descubiertos los costos fijos, establecer un cobro adicional a cada usuario o abonado del servicio, equivalente a la enésima parte del costo fijo, si existen n usuarios. En esta forma se logra cubrir completamente los costos del servicio, pero no se maximiza el bienestar de los consumidores. Tal como se ha planteado, esta solución es aplicable en principio a empresas de un solo producto. Más adelante nos referiremos a una forma de determinación de precios similar, aplicable a empresas de varios productos.

La expresión matemática para esta tarifa en dos partes será:

$$P = CMg + \frac{CF}{n}$$

Donde CMg es el costo marginal, CF es el costo fijo y n es el número de usuarios de la empresa¹ Esta fórmula resuelve el problema planteado, pues se cubren los costos fijos del monopolista, sin embargo suele ser difícil para la empresa determinar con exactitud el costo marginal de producción.

¹ La fórmula es aplicable a aquellas actividades en que el usuario debe estar suscrito al servicio que ofrece la empresa, como es el caso de los servicios públicos domiciliarios.

2.3 Precios de Ramsey (Regla de la elasticidad inversa):

Los precios Ramsey permiten reflejar (pero no igualar) los costos marginales y permiten que la empresa cubra sus costos. Maximizan, a su vez, el bienestar sujeto a la restricción de que el ingreso total sea igual al costo total (Dekock, 2000).

Es una alternativa que se presenta para solucionar los problemas en que incurre un monopolista cuando sus costos medios superan a sus costos marginales y produce al menos dos servicios, permitiendo añadir un margen (mark-up) sobre el costo marginal, cobrándole a los consumidores, cuya demanda es más inelástica, un mayor margen y a los de demanda más elástica un menor margen. La idea es que aquellos consumidores que son insensibles a los cambios en los precios (baja elasticidad precio de la demanda), sea a quienes se les cobre un precio mayor, ya que, si a los consumidores con una elasticidad precio de la demanda alta se les cobra unos precios muy altos, ellos podrían modificar de manera importante su consumo, alejándose del nivel óptimo.

Matemáticamente, la regla de Ramsey puede ser derivada de la siguiente forma:

Suponemos que el regulador trata de maximizar el bienestar social $W(p)$, esto es, el beneficio de la empresa $\pi(p)$ y el excedente del consumidor $E(p)$:

$$W(p) = E(p) + \pi(p)$$

Donde p es un vector de precios, pues se trata de determinar diferentes precios según la elasticidad de los consumidores finales. Este sistema, debe garantizar una asignación de recursos eficiente. La idea es maximizar $W(p_1, p_2, \dots, p_n)$ sujeto a la restricción de que el beneficio del productor sea igual a cero:

$$\pi(p) = \sum_{i=1}^n p_i Q_i(p_i) - CF - \sum_{i=1}^n CV(Q_i(p_i))$$

Donde CV : Costo variable de producción

El lagrangiano esta dado por:

$$L = W(p_1, p_2, \dots, p_n) - \lambda(\pi(p_1, \dots, p_n))$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial p_i} = \frac{\partial W(p)}{\partial p_i} - \lambda \frac{\partial \pi(p)}{\partial p_i} = 0 \quad \text{Para todo } i$$

Expandiendo la expresión anterior:

$$\frac{\partial E(p)}{\partial p_i} + \frac{\partial}{\partial p_i} \pi - \lambda \frac{\partial}{\partial p_i} \pi = \frac{\partial}{\partial p_i} E(p) + (1-\lambda) \frac{\partial}{\partial p_i} \pi = 0$$

$$\text{Como: } \frac{\partial}{\partial p_i} E(p_i) = -Q_i(p_i)$$

Entonces,

$$-Q_i(p_i) + (1-\lambda) \left[p_i \frac{\partial}{\partial p_i} Q_i + Q_i - \frac{\partial CT}{\partial Q_i} \frac{\partial Q_i}{\partial p_i} \right] = 0$$

$$-Q_i + (1-\lambda) \left[Q_i + p_i \frac{\partial Q_i}{\partial p_i} - CM_g \frac{\partial Q_i}{\partial p_i} \right] = 0$$

Ya que:

$$CM_g = \frac{\partial CT}{\partial Q_i}$$

$$p_i(1-\lambda) \frac{\partial Q_i}{\partial p_i} - CM_g(1-\lambda) \frac{\partial Q_i}{\partial p_i} - \lambda Q_i = 0$$

$$(1-\lambda) \left[(p_i - CM_g) \frac{\partial Q_i}{\partial p_i} \right] - \lambda Q_i = 0$$

$$\text{Como: Elasticidad precio de la demanda } \epsilon_i = - \frac{\partial Q_i}{\partial p_i} \frac{p_i}{Q_i}$$

Entonces,

$$(1-\lambda) \left[(p_i - CM_g) \frac{Q_i}{p_i} \epsilon_i \right] - \lambda Q_i = 0$$

$$(p_i - CM_g) \frac{Q_i}{p_i} \epsilon_i = \frac{\lambda}{1-\lambda} Q_i$$

$$\frac{p_i - CM_g}{p_i} = \frac{1}{\epsilon_i} \frac{\lambda}{1-\lambda} = \frac{\delta}{\epsilon_i} \quad \text{Donde } \delta = \frac{\lambda}{1-\lambda}$$

Donde δ es denominada el término de Ramsey, y puede ser interpretado por la empresa como un indicador del margen que puede cobrar sobre el costo marginal, teniendo presente la información de las elasticidades, es decir, es un indicador del nivel general de precios de la empresa, mientras que la estructura de precios es determinada por las elasticidades de la demanda.

Por su parte, λ suele ser interpretada como un precio sombra, que indica en este caso la pérdida de bienestar originada por el cobro de una tarifa por encima del costo marginal, que sería análogo a cobrar un impuesto para

recuperar los costos fijos de la empresa propietaria de la red. Por tanto, mientras más alto sea el valor de λ mayores ineficiencias se crean, es decir si tiende a infinito, d tiende a uno y la empresa cobrará un precio más alto, apropiándose de una parte del excedente de los consumidores. En general, cuando d tiende a uno la empresa posee un poder monopolístico mayor y tiende a cero en los casos en que los precios se acercan más a la eficiencia, es decir a su costo marginal.

Entre las dificultades para aplicar esta regla se encuentran las relacionadas con la información, ya que el conocimiento acerca de la estructura de costos y de las elasticidades de los usuarios finales difícilmente puede ser conocida por el regulador, pues además de que las empresas pueden esconderle tal información, en algunos casos ni siquiera éstas mismas pueden determinar las diferentes elasticidades de sus usuarios finales. Por lo tanto, es importante valorar si las ganancias que se pueden obtener en términos de bienestar social son mayores a los costos en que se incurre al implementar la regla de Ramsey.

"De esta forma el precio Ramsey es una generalización, tanto del precio de monopolio como del precio al costo marginal, y entre estos dos extremos incluye un espectro de posibilidades que corresponde a los varios requerimientos del ingreso que la empresa podría tener. Los beneficios marginales son mayores si el número Ramsey es mayor, para poder recuperar los grandes costos fijos de la empresa" (Wilson, 1993).

2.4 Fijación de precios con demanda estacional (Peak-load pricing)

Es frecuente en algunas industrias que la demanda presente oscilaciones temporales: es el caso del turismo que presenta picos según la época del año y de la demanda de energía eléctrica que se diferencia según las horas del día y presenta horas de demanda alta (pico) y horas de demanda baja (valle). Otra característica destacada en este tipo de actividades es que no se pueden realizar compras para graduar el consumo a lo largo del tiempo, sino que éstas han de realizarse en el momento en que se va a consumir el bien o el servicio. No hay forma de comprar electricidad para consumirla a otra hora del día, ni se pueden comprar servicios de hotelería en la temporada baja para consumirlos en la alta.

En las condiciones descritas, los oferentes deben tener una capacidad instalada que les permita atender a los consumidores en el momento de la demanda alta, pero que se mantendrá ociosa cuando la demanda esté en el valle.

Supongamos una industria en la que los procesos productivos son del tipo Leontief, es decir, están caracterizados por coeficientes constantes que indican los requerimientos de insumos por cada unidad de producto. Si sólo existen dos insumos, trabajo y capital, y los coeficientes respectivos son α y β , el Gráfico 2 muestra las cantidades de insumos requeridos para producir un volumen de producción Y_1 , dado que la función de producción sería:

$$Y_1 = \min \left\{ \frac{K}{\alpha}, \frac{L}{\beta} \right\}$$

Si se quisiera producir alguna cantidad menor que esta, pero habiendo ya instalado el capital (K) para producir hasta Y_1 , hay que moverse horizontalmente, es decir, emplear menos trabajo (L) pero el mismo capital. Por ejemplo, para producir Y_2 unidades se deben combinar las mismas bY_1 de capital con aY_2 de trabajo.

En el corto plazo, el costo total de producción (CT) puede entonces expresarse como:

$$CT = \alpha w_1 y + r \beta w_2 y_1$$

donde los precios del trabajo y el capital están dados por w_1 y w_2 , respectivamente y la tasa de interés es r . El segundo término de la derecha es constante, pues es el costo periódico del capital instalado para producir el volumen para el cual fue diseñado el proceso (Y_1)².

Por su parte, el costo marginal de corto plazo sería:

$$C'_c = \alpha w_1$$

Si se quiere producir alguna cantidad mayor se debe incrementar tanto el capital como el trabajo de acuerdo con lo indicado por los coeficientes. En tal caso, el segundo término del lado derecho de la ecuación ya no sería constante, pues la cantidad producida no sería un valor fijo Y_1 , sino cualquier valor

superior a éste, y el costo marginal de largo plazo estaría dado por:

$$C'_l = \alpha w_1 + r \beta w_2$$

Como se ve, ahora es necesario agregarle al costo marginal el costo unitario del capital necesario para atender volúmenes de producción superiores a Y_1 . Si denominamos α' y β' a los dos componentes del costo marginal de largo plazo, se puede apreciar en el Gráfico 3, que es posible atender a los usuarios de la demanda de valle a un costo marginal α' , mientras que para atender a los de la demanda pico o demanda alta, los costos marginales serían $\alpha' + \beta'$. Por lo tanto la regla eficiente para determinar los precios consistiría en que los usuarios de la demanda valle pagarán sólo el costo marginal de largo plazo, mientras que los de demanda pico deberían pagar tanto el de corto como el de largo plazo.

Gráfico 2
Función de Producción tipo Leontief

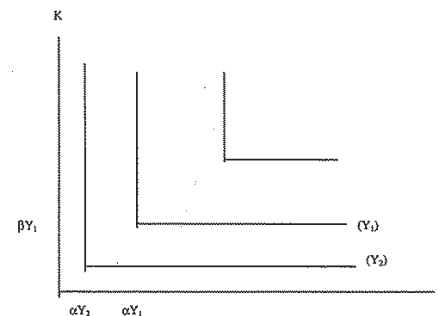
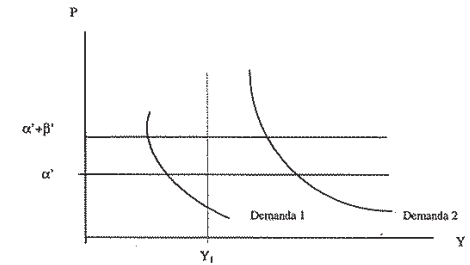


Gráfico 3
Costos marginales de corto y largo plazo



2.5 Regulación mediante la tasa de retorno

Este sistema de regulación consiste en fijar unos precios tales que garanticen a la empresa regulada una cierta tasa de beneficio después de cubrir sus costos fijos y variables, incluyendo una retribución a los capitales invertidos en los activos fijos utilizados. El regulador debe entonces verificar cuáles costos se deben cubrir por ser necesarios para la prestación del servicio, y cuáles no. Así mismo, debe definir cuál es la tasa de beneficio pertinente para la actividad que se regula.

Ahora bien, si los costos del capital invertido se calculan sobre una base histórica, se corre el riesgo de estimular el uso de tecnologías obsoletas, es decir, las firmas no tienen incentivos para reducir costos, pues se les garantiza que los costos del capital invertido serán cubiertos, lo cual es especialmente perjudicial en el caso de industrias con cambio tecnológico muy dinámico.

² En este ejemplo no se tiene en cuenta la depreciación.

Otra desventaja de este método es que los precios resultan determinados sobre la base de procedimientos contables que poco reflejan consideraciones de demanda.

Una alternativa es emplear costos marginales de largo plazo en lugar de costos históricos como base para remunerar el capital empleado. Más adelante en este artículo nos referiremos al problema de la determinación de estos costos, tanto si se trata de remunerar a la empresa sobre la base de una tasa de retorno como si se trata de fijar precios de venta o precios medios para sus productos.

En cuanto al problema del establecimiento de la tasa de retorno adecuada, la literatura económica ha planteado de tiempo atrás una crítica a este método de regulación por incen-

tivar la sobreinversión. Este incentivo es lo que se denomina el efecto Averch-Johnson y se presenta porque la tasa de retorno que fija el regulador (s) debe ser superior o igual a la del mercado (r) porque en caso contrario la empresa no cubriría los costos del capital empleado. Si las tasas son iguales el beneficio de la empresa sería igual al de cualquier otra empresa en un ambiente competitivo.

Sea $f(K,L)$ la función de producción de la empresa; donde K representa el capital invertido y L la cantidad de trabajo empleada; $I(K,L)$ su ingreso y $P(K,L)$ la función inversa de demanda. La empresa maximizará su beneficio sujeta a la restricción de no sobrepasar la tasa de retribución del capital autorizada por el regulador. En términos matemáticos se tiene que:

Los ingresos de la empresa regulada son:

$$I(L, K) = F(K, L) \cdot P(L, K)$$

Si w y r son la remuneración al trabajo y al capital respectivamente, entonces los beneficios π serán:

$$\pi(L, K) = I(L, K) - wL - rK$$

La restricción puede presentarse como:

$$[I(L, K) - wL] / K \leq s$$

La función a maximizar es entonces:

$$H(L, K, \lambda) = \pi(L, K) - \lambda [I(L, K) - wL - sK] = (1 - \lambda) [I(L, K) - wL] - (r - \lambda s) K$$

Las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial H}{\partial L} = w \quad y \quad \frac{\partial H}{\partial K} = r - \frac{\lambda(s-r)}{1-\lambda}$$

Si λ está entre cero u uno, como se desprende de las condiciones de segundo orden del proceso de optimización, el ingreso marginal del capital será inferior a la tasa de remuneración del capital (r) y, por tanto, la empresa regulada tenderá a emplear una combinación de capital y trabajo con una mayor proporción de capital que la que usaría en ausencia de la regulación.

Cada unidad de capital que la empresa emplea produce un beneficio adicional de $s - r$, lo cual constituye un claro estímulo a la sobreinversión con respecto al caso en el que no existiera la regulación.

3. Industrias verticalmente integradas

La integración vertical es eficiente cuando los costos de la producción de dos o más bienes son inferiores a si se produjeran estos bienes por empresas separadas. En el sector eléctrico, por ejemplo, una empresa puede participar en el segmento de la transmisión y a su vez llevar la energía eléctrica al consumidor final, es decir, participar también en el segmento de la comercialización; en el caso de las telecomunicaciones, un operador local puede participar al mismo tiempo en el mercado de larga distancia, por tanto sus competidores en este último segmento necesitarán que esta empresa les permita el acceso a su red local. En lo que sigue nos referiremos a la regulación de la tarifa (cargo de acceso) que una empresa verticalmente integrada cobra a sus competidores en los segmentos no monopolizados de la industria.

En los anteriores ejemplos se destaca el hecho de que hay un monopolio natural en

una parte de la cadena integrada y por lo tanto se requiere alguna forma de regulación del cobro por sus servicios, pues, por un lado, el monopolista podría cobrar un precio excesivamente alto, incurriendo en prácticas anticompetitivas, por otro lado las tarifas que puedan fijarse aunque permitan la recuperación de los costos en conjunto, pueden llevar a que las empresas competidoras se apropien de los segmentos del mercado en los que los beneficios son más altos, dejando al monopolio la tarea de operar en aquellos segmentos menos rentables, es decir, segmentos en los cuales las tarifas no cubren los costos.

Existen algunas posibilidades de regulación en estos casos:

3.1 La regla de Ramsey en presencia de industrias verticalmente integradas

Suponemos de nuevo, un regulador benevolente, cuya idea es maximizar los beneficios del monopolista y el excedente del consumidor. Al igual que en el Ramsey tradicional se busca que los usuarios que son más insensibles a los cambios en los precios paguen tarifas más altas y por lo tanto paguen cargos más altos al monopolista. Para ilustrar esta regla podría pensarse en una empresa como la ETB en Colombia, la cual provee servicios de telefonía local y larga distancia, en este caso, ella puede cubrir sus costos fijos por 3 vías: los cargos de acceso que le cobra a sus suscriptores en el mercado de larga distancia, las tarifas que le cobra a sus suscriptores en la telefonía local, es decir, adicionándole a un mark-up sobre el costo marginal a las llamadas locales, y la tercera,

a través de los cargos de acceso que le cobra a las empresas que compiten en el mercado de larga distancia por usar su red.

La fórmula estaría dada por:

Tarifa = costo directo + Ramsey modificado

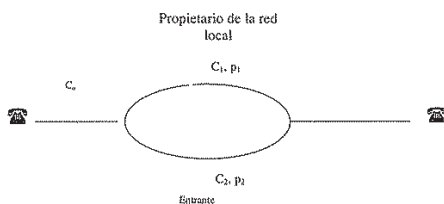
La idea consiste en fijar una tarifa igual al costo marginal de utilización de la red más un término Ramsey modificado para empresas multiproducto, pues incluye la posible complementariedad o sustituibilidad entre los bienes.

En este caso, pueden distinguirse tres costos marginales, los cuales se ilustran en el Gráfico 4:

1. El costo marginal del tráfico que transita en la red local C_0
2. El costo marginal C_1 del servicio de larga distancia prestado por el propietario de la red
3. El costo marginal C_2 del servicio de telefonía a larga distancia prestado por el entrante.

Gráfico 4

Costos marginales en industrias verticalmente integradas



Para el propietario de la red, el costo de ofrecer servicios de larga distancia es igual a $C_0 + C_1$ y para el entrante es $C_0 + C_2$ ³.

Si q_1 y q_2 representan los minutos consumidos en llamadas de larga distancia a través de la empresa propietaria de la red local (E.1) y la empresa entrante (E.2) respectivamente, y q_0 los minutos consumidos en llamadas locales, el total de llamadas será $Q = q_0 + q_1 + q_2$.

Sean CF los costos fijos en que incurre E1 que incluye principalmente los costos de construcción de la red local. Entonces, la función de costos de telefonía local para esta empresa es $CT = C_0 Q + CF$, mientras que para larga distancia esta dada por $CT_1 = C_1 q_1$ y para E2 es $CT_2 = C_2 q_2$.

El objetivo es maximizar el excedente social sujeto a la restricción de que el incumbente encuentre su punto de equilibrio:

Max.

$$\{S_0(P_0) + S_1(P_1, P_2) + \pi(P_0, P_1, P_2)\}$$

sujeto a $\pi(P_0, P_1, P_2) \geq 0$

con:

$$\pi(P_0, P_1, P_2) = (P_0 - 2c_0)q_0 + (P_1 - c_1 - 2c_0)q_1 + (P_2 - c_2 - 2c_0)q_2 - k_0$$

³ En este caso se supondrá que el propietario de la red local solo posee el primer tramo de esta, es decir el primer C_0 en el gráfico. En algunos casos se puede tomar en cuenta el hecho de que la empresa sea la propietaria tanto de la red local desde donde se originan las llamadas, como de la red local donde estas terminan, para ello véase Laffont, Tirole (1999).

Donde:

S_0 = Excedente del consumidor por realizar llamadas locales

S_1 = Excedente del consumidor por realizar llamadas a larga distancia

P_0 = precio de las llamadas locales ofrecidas por el incumbente

P_1 = Precio de las llamadas de larga distancia ofrecidas por el incumbente

P_2 = Precio de las llamadas de larga distancia ofrecidas por el entrante.

K_0 = Costos fijos de la red local

Condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial}{\partial P_0} [S_0(P_0) + S_1(P_1, P_2) + \pi(P_0, P_1, P_2)] - \lambda \frac{\partial}{\partial P_0} \pi(P_0, P_1, P_2) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial P_0} [S_0(P_0)] + \frac{\partial}{\partial P_0} S_1(P_1, P_2) + \frac{\partial \pi}{\partial P_0} - \lambda \frac{\partial \pi}{\partial P_0} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial P_0} [S_0(P_0)] + \frac{\partial}{\partial P_0} S_1(P_1, P_2) + (1-\lambda) \frac{\partial \pi}{\partial P_0} = 0$$

$$-q_0(P_0) + (1-\lambda) \left[P_0 \frac{\partial q_0}{\partial P_0} + q_0 - 2 \frac{\partial C_0}{\partial q_0} \frac{\partial q_0}{\partial P_0} \right] = 0$$

$$-q_0(P_0) + (1-\lambda) \left[q_0 + P_0 \frac{\partial q_0}{\partial P_0} - 2c_0 \frac{\partial q_0}{\partial P_0} \right] = 0$$

$$-q_0 + q_0 + P_0 \frac{\partial q_0}{\partial P_0} - 2c_0 \frac{\partial q_0}{\partial P_0} - \lambda q_0 - \lambda P_0 \frac{\partial q_0}{\partial P_0} + 2\lambda c_0 \frac{\partial q_0}{\partial P_0} = 0$$

$$(1-\lambda) \left[P_0 \frac{\partial q_0}{\partial P_0} \right] - (1-\lambda) 2c_0 \left[\frac{\partial q_0}{\partial P_0} \right] - \lambda q_0 = 0$$

$$(1-\lambda) [P_0 - 2c_0] \frac{\partial q_0}{\partial P_0} - \lambda q_0 = 0$$

$$(1-\lambda) \left[(P_0 - 2c_0) \frac{q_0}{P_0} \xi_i \right] - \lambda q_0 = 0 \quad \therefore \xi_i = \frac{\frac{\partial P_0}{\partial P_0}}{\frac{q_0}{P_0}}$$

$$[P_0 - 2c_0] \frac{q_0}{P_0} \xi_i = \frac{\lambda q_0}{(1-\lambda)}$$

$$\frac{P_0 - 2c_0}{P_0} = \frac{1}{\xi_i} \frac{\lambda}{(1-\lambda)}$$

La segunda condición de primer orden es:

$$\frac{\partial}{\partial P_1} [S_0(P_0) + S_1(P_1, P_2) + \pi(P_0, P_1, P_2)] - \lambda \frac{\partial}{\partial P_1} \pi(P_0, P_1, P_2) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial P_1} S_1(P_1, P_2) + \frac{\partial \pi}{\partial P_1} - \lambda \frac{\partial \pi}{\partial P_1} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial P_1} S_1(P_1, P_2) + (1-\lambda) \frac{\partial \pi}{\partial P_1} = 0$$

$$-q_1(P_1) + (1-\lambda) \left[q_1 + P_1 \frac{\partial q_1}{\partial P_1} - c_1 - 2c_0 \frac{\partial q_1}{\partial P_1} \right] = 0$$

$$-q_1 + q_1 + P_1 \frac{\partial q_1}{\partial P_1} - c_1 - 2c_0 \frac{\partial q_1}{\partial P_1} - \lambda q_1 - \lambda P_1 \frac{\partial q_1}{\partial P_1} + \lambda \left[c_1 + 2c_0 \frac{\partial q_1}{\partial P_1} \right] = 0$$

* En algunos textos los términos del denominados aparecen sumados. Todo depende del signo de la elasticidad.

$$(1-\lambda) \left[P_1 \frac{\partial q_1}{\partial P_1} \right] - [1-\lambda] \left[c_1 + 2c_0 \frac{\partial q_1}{\partial P_1} \right] - \lambda q_1 = 0$$

$$(1-\lambda) [P_1 - c_1 - 2c_0] \frac{\partial q_1}{\partial P_1} - \lambda q_1 = 0$$

$$(1-\lambda) [P_1 - c_1 - 2c_0] \frac{q_1}{P_1} \xi_i = \lambda q_1$$

$$\frac{P_1 - c_1 - 2c_0}{P_1} = \frac{1}{\xi_i} \frac{\lambda}{(1-\lambda)}$$

Con un procedimiento igual se encuentra la tercera condición de primer orden y, finalmente, los precios óptimos de Ramsey vienen dados por:

$$\frac{p_0 - c_0}{p_0} = \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{1}{\eta^*_0} \quad (1)$$

$$\frac{p_1 - c_0 - c_1}{p_1} = \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{1}{\eta^*_1} \quad (2)$$

$$\frac{p_2 - c_0 - c_2}{p_2} = \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{1}{\eta^*_2} \quad (3)$$

Donde: $\eta_k = -\frac{\partial q_k}{\partial p_k} \frac{p_k}{q_k}$

$$CA = C_0 + \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{p_2}{\eta^*_2}$$

De nuevo, dado que no es posible una situación de primer óptimo en la que puedan recuperarse los costos fijos, Ramsey modificado se presenta como una alternativa que

λ es interpretado de la misma forma que en el caso Ramsey sencillo, el término η_i es conocido como superelasticidad la cual toma en cuenta las posibilidades de sustitución y complementariedad entre los productos, así cuando los bienes son complementarios la superelasticidad es mayor que la elasticidad precio de la demanda ϵ_i , mientras en el caso de que los bienes sean sustitutos será menor.

Si el entrante es tomador de precios, el precio que debería cobrar en el mercado final p_2 debe ser igual a su costo marginal C_2 más el cargo de acceso CA. Es decir, $CA = P_2 - C_2$, de esta manera utilizando la fórmula (3) se tiene que el cargo de acceso óptimo estará dado por:

$$\pi_{ki} = \frac{\partial q_k}{\partial p_k} \frac{p_k}{q_k}$$

$$\text{entonces, } \pi^*_1 = \eta_1 \frac{\eta_1 \eta_2 - \eta_{12} \eta_{21}}{\eta_1 \eta_2 + \eta_1 \eta_{12}}$$

$$\eta^*_2 = \eta_2 \frac{\eta_1 \eta_2 - \eta_{12} \eta_{21}}{\eta_1 \eta_2 + \eta_2 \eta_{21}}$$

introduce algunas distorsiones, que se intentan minimizar cobrando una tarifa más baja en aquellos segmentos que presentan una demanda más elástica en el mercado final.

3.2 Regla de Baumol-Willig (Efficient Component Pricing Rule -ECPR-)

Si continuamos con el mismo ejemplo del acceso a la red de un monopolista en el caso de las telecomunicaciones, la tarifa que se fijaría con este método consistiría en adicionarle al costo marginal de utilización de la red el costo de oportunidad que posee el monopolista por brindar acceso a su red a empresas competidoras, dejando de suministrarlo ella misma en su totalidad. En este caso los bienes deben ser homogéneos y los mercados deben ser disputables.

Según Pistonesi (2000), un mercado es perfectamente disputable⁴, cuando cumple con 3 características:

- Los potenciales entrantes tienen acceso al mismo conjunto de técnicas productivas y demandas de mercado que aquellas que están disponibles para las empresas que ya están en el mercado.
- No existen restricciones legales o costos especiales que deba enfrentar el entrante, es decir la tecnología utilizada puede implicar

economías de escala pero no requerir necesariamente costos hundidos⁵.

- Las firmas presentes en el mercado sólo pueden modificar sus precios con cierto período de demora, pero los consumidores responden inmediatamente a las diferencias de precios.

De cumplirse estas condiciones, la tarifa (T) estará dada por:

T = Costo directo + Costo de oportunidad, ó equivalentemente

$$T = C_0 + (P - C_0 - C_i)$$

Esta regla permite que la entrada de nuevas empresas ocurra solamente si ellas son más eficientes que el monopolista, es decir el mercado suministra las señales adecuadas, y esta es una de las razones por las cuales Baumol y Willig defienden este método, la idea es que los entrantes potenciales obtendrán beneficios solo si cobran unos precios que cubran el cargo de acceso más su propio costo marginal, esto es $CA + C_2$ pero menores al precio que cobra el incumbente (P_i) en el mercado de larga distancia.

Aunque contrario a la regla de Ramsey, esta regla es de fácil implementación, tiene serios problemas. Según Lasheras (1999), en caso de que los precios finales P_i incluyan rentas de monopolio o rentas de información, tales rentas se mantendrían en el costo de oportunidad y se cargarían en el precio de acceso a la red, es decir, la regla garantiza la conservación de las rentas de monopolio.

⁴ Esta teoría se considera como una generalización del modelo de competencia perfecta en el caso en donde existen economías perfectas.

⁵ En el caso colombiano, no podría hablarse de disputabilidad, debido a que no se cumple totalmente la segunda condición, pues por un lado, la entrada de los nuevos agentes se realizó a través de licencias con un costo de US\$ 150 millones, y por otro lado las empresas tuvieron que asumir ciertos costos hundidos al inicio de sus operaciones.

La teoría de los mercados disputables supone que los entrantes y el incumbente tienen los mismos costos y que la función de demanda es una sola en el segmento competitivo (larga distancia). La amenaza de entrada se produce entonces sólo si el precio de este segmento es superior al costo marginal y es suficiente para disuadir al incumbente de hacer uso de su poder de mercado. Así, no habría incentivo para entrar. Habría que pensar entonces en que el esquema ECPR está suponiendo que los costos del entrante son inferiores a los del incumbente y si así fuera desalojaría al incumbente del segmento competitivo.

4. Mecanismos de regulación

4.1 Price-cap

Esta forma de regulación consiste en poner un techo al precio promedio de los servicios que ofrece una empresa, en este sentido, le brinda cierta libertad a la empresa regulada, ya que ésta al poseer una canasta de bienes que ofrece al consumidor final, le asigna a cada bien una ponderación W_i . De esa forma el precio techo o price-cap P estaría dado por:

$$P \geq w_0 P_0 + W_1 P_1 + W_{ca} P_{ca}$$

En esta canasta se incluyen tanto los bienes finales como los bienes intermedios que ofrece la empresa regulada, además las ponderaciones W_i son determinadas exógenamente y son proporcionales a las cantidades pronosticadas de los bienes asociados. La ventaja de esta regla es que el regulador no necesita poseer mucha información acerca de la demanda de las empresas reguladas,

pues estas mismas establecen los precios de los diferentes bienes que ofrecen de acuerdo con la información que poseen acerca de sus costos y del comportamiento de sus consumidores en orden de fijar los precios finales que cumplan con la restricción del precio techo, es decir, la empresa regulada termina estableciendo sus precios de acuerdo al principio de Ramsey.

La regulación por price-cap, se fundamenta en la siguiente fórmula:

$$\text{Variación en } P = \text{IPC} - X$$

En donde IPC es el índice de precios al consumidor y el parámetro X es un factor de productividad, que es determinado ex-ante por el regulador; su escogencia no es tan sencilla, pues si es demasiado alto, las empresas podrían abandonar el mercado o tratarían de reducir costos de una manera ineficiente, mientras si se fija muy pequeño, las empresas podrían obtener beneficios excesivos. De esta forma, el crecimiento de las tarifas está relacionado con el crecimiento del índice de precios, mientras su decrecimiento está relacionado con el ajuste por productividad. Esto lleva a que la empresa tenga incentivos para reducir costos y para la innovación tecnológica ya que si ella incrementa su productividad tendrá un margen de ganancia mayor, pero en caso de que su productividad sea menor a la fijada por el regulador, ella obtendrá menores beneficios.

Algunos de los métodos para calcular el X , son: fijarlo igual a la diferencia histórica promedio entre las tasas de aumento de productividad de la empresa y de la eco-

nomía como un todo que es la forma aconsejable cuando no se esperan cambios importantes en la economía; un segundo método es fijarlo de acuerdo a un modelo de empresa eficiente, estableciendo X igual al cambio en los precios de esta empresa; por último X podría ajustarse tomando en cuenta la posibilidad de financiar proyectos de inversión.

Adicionalmente, el price-cap suele establecerse por un período de tiempo limitado, casi siempre 4 o 5 años. Según Dekock (2000) "cuanto más largo es el período, mayores serán los beneficios que podrá retener la empresa y, por ende, mayores serán sus incentivos para reducir costos; y un período demasiado corto asemejaría el control de precios a un control de beneficios, con los consecuentes débiles incentivos para reducir costos, sin embargo, un período de tiempo largo arroja incertidumbre sobre los beneficios de la empresa".

Siguiendo a Laffont, y Tirole (1999) algunos problemas prácticos de implementar price-cap son:

- La incertidumbre y la falta de información del regulador sobre la empresa sobre la demanda del mercado y sobre la evolución de la participación de las empresas que están en el mercado, trae dificultades para fijar el ponderador W_i adecuadamente.

⁶ Hay al menos otras dos formas basadas en costos: el primero tiene como criterio principal la distribución de los costos comunes de forma que se eviten los subsidios cruzados entre los servicios; el segundo es el enfoque axiomático que parte de establecer unos criterios que debería cumplir el esquema de asignación y deducir los precios que los cumplen. Ver Mitchell y Vogelsang (1991)

⁷ Brown y Sibley (1986). The Theory of Public Utility Pricing, Cambridge University Press.

- Durante el período de vigencia que el regulador haya establecido para el price-cap, pueden aparecer nuevos servicios, por lo tanto, cuando se fija el price-cap pueden excluirse servicios importantes que aparecerán en un futuro próximo.

- La empresa regulada puede cobrar un precio muy cercano al costo marginal para ciertos servicios, de esa forma puede cobrar un alto precio en los servicios restantes sin violar la restricción del price-cap. Así los servicios del primer grupo serían racionados, es decir, se ofrecería una cantidad de ellos menor al óptimo social. Tal comportamiento puede traer altos beneficios en el corto plazo, más no en el largo, pues el regulador se percatará de ello en los períodos posteriores.

- De excluirse los servicios competitivos de la canasta pensando en que estos no necesitan ser regulados se crean incentivos para que las firmas destinen mayores y mejores recursos a los sectores más competitivos y menores a los no competitivos, dando así lugar a subsidios cruzados.

4.2 Costos completamente distribuidos (Fully Distributed Costs-FDC)

El sistema FDC es uno de los denominados métodos de fijación de precios con base en los costos (Cost-based Pricing)⁶. Si hay que garantizar que la empresa se encuentra en equilibrio financiero, los costos comunes deben repartirse entre los diferentes servicios. Según Brown y Sibley⁷, la raíz del problema es que debe determinarse un precio para cada servicio, pero una parte de los costos es común a varios de ellos y es difícil

asignarlos. En telecomunicaciones, por ejemplo, la capacidad de conmutación es usada en común por varios servicios de transmisión de datos y de voz y hay que asignar sus costos entre todos ellos. El método consiste en asignar a cada servicio los costos que le son propios de acuerdo con los registros contables y luego distribuir los costos comunes -generalmente considerados como costos fijos- con base en alguna regla de participación: en la producción total, en el ingreso total o en el total de los costos directamente atribuibles. Los costos se obtienen de la contabilidad (históricos) y no tienen nada que ver con los costos marginales, por lo cual no incentivan a la eficiencia. Por otra parte, no tienen en cuenta la demanda.

4.3 Costos incrementales

Estos se refieren al incremento de costos (o al costo que se evita) debido a una ampliación (o por no ampliar) el volumen de producción. El costo incremental es el cambio en el costo total asociado con un aumento o disminución específicos en el volumen de producción.

Típicamente, los costos incrementales se reportan sobre una base unitaria y entonces, el cambio en el costo total es dividido por el número de unidades. En términos matemáticos, el costo incremental promedio es la diferencia entre el costo total si el incremento se produce y el costo total si el incremento no se produce, dividido por el número de unidades de tal incremento. Mientras el costo marginal se calcula para un cambio muy pequeño en la producción, el costo incremen-

tal promedio se puede calcular para cambios muy grandes de producción y en la práctica, para incrementos sobre varios períodos de tiempo. Podría interpretarse entonces, como una forma práctica de calcular el costo marginal.

A menudo se aplican a la fijación de precios cuando existen demandas fluctuantes (peak-load pricing). También se puede usar el costo incremental cuando se quiere definir un piso para las tarifas.

Los costos incrementales de largo plazo se basan en costos futuros. Como incluyen las inversiones necesarias para ampliar la capacidad de producción, ello daría lugar a montos de gastos dispares por año, por lo cual se suelen suavizar tomando un promedio. Es muy importante determinar los montos de producción para los cuales se calculan los costos, la tecnología que se empleará y el marco temporal para la estimación.

OFTEL, la oficina Británica de regulación de telecomunicaciones, por ejemplo, reconoció que el método FDC, basado en costos históricos, no era satisfactorio y ante la necesidad de conocer los costos incrementales para determinar los cargos de acceso, adoptó dos metodologías alternativas para implementarlos. La base sobre la cual se valoran los activos es el costo corriente: el costo del activo menos costoso que lo reemplaza (el activo moderno equivalente) y que incorpora la última tecnología disponible. En esta forma se garantiza que tanto el entrante como el incumbente tomarán sus decisiones de inversión correctamente. La primera metodología es la denominada "top-down": estimación de los costos incrementales de los

diferentes elementos de la red, tanto en términos históricos como corrientes, partiendo de los datos de la contabilidad de British Telecommunications (BT). El segundo método, denominado "Bottom-up" consiste en la construcción de un modelo de ingeniería de las plantas necesarias para ofrecer un servicio; determina el costo de proveerlo con unas instalaciones como las de BT y estima el costo incremental de proveer el servicio.

Valletti⁸ lo plantea en estos términos: "El modelo bottom-up intenta determinar el costo de una red con una topología similar a la de BT y computar el costo incremental promedio de proveer un servicio particular. El modelo es más bien simple y transparente y se centra explícitamente en los parámetros que definen las dimensiones de la red..."

Otro ejemplo lo constituye el mercado suizo de telecomunicaciones que fue liberalizado a partir del 1 de enero de 1998. Swisscomm, el antiguo monopolio estatal, ha sido obligado desde entonces a garantizar la interconexión a los nuevos proveedores de servicios de telecomunicaciones, sin discriminaciones, con transparencia y con precios basados en costos. Al principio se utilizó el método FDC, pero a partir de 2000 la Unión Europea recomienda basar los car-

⁸ Valletti (1999). The Practice of Access Pricing. Telecommunications in the United Kingdom. The World Bank, Economic Development Institute.

⁹ Valletti y Estache (1999). The Theory of Access Pricing. An Overview for Infrastructure Regulators. The World Bank Institute.

¹⁰ Colombia. Comisión de Regulación de Telecomunicaciones (2000). Precios de interconexión y el proceso de apertura y convergencia de servicios en Colombia. (www.creg.gov.co)

¹¹ Total Element Long Run Incremental Cost.

gos de acceso en los costos incrementales de largo plazo. La regulación establece además que los costos comunes deben ser distribuidos entre los diferentes servicios bajo la forma de un margen sobre el costo incremental de largo plazo.

En conclusión, el método de los costos incrementales de largo plazo es hoy el paradigma dominante: ha sido adoptado por el Reino Unido, por los Estados Unidos y es el recomendado por la Unión Europea. Sin embargo, tal como lo señalan Valletti y Estache⁹, no existen muchos argumentos que lo apoyen desde un punto de vista teórico, lo cual contrasta con el consenso en su aplicación. El margen uniforme sobre los costos, la manera general de determinar los precios, sólo se justifica por su simplicidad.

Colombia¹⁰ no es la excepción al mencionado consenso. La Comisión de Regulación de Telecomunicaciones cuenta con un modelo TELRIC¹¹, aplicado a doce empresas de telefonía fija del país y extrapolado a las restantes. Adicionalmente, la comisión "cuenta con extensos y detallados benchmark internacionales generados por la firma inglesa Ovum Ltda, así como con un extenso material bibliográfico que ha reunido con el concurso de la firma canadiense McCarthy Tétrault." Con base en esta información, la Comisión va a repensar la estructura de cargos de acceso, de tal manera que se incentive la competencia, se optimicen los costos de los operadores y se promueva la reducción de tarifas y la ampliación de la gama y la calidad de los servicios ofrecidos a los usuarios.

CONCLUSIONES

La teoría económica siempre ha planteado que fijar los precios iguales al costo marginal sería la solución más eficiente, ya que esta es la que corresponde a un mercado competitivo, sin embargo, en mercados imperfectos como monopolios y oligopolios tal situación no es posible ya que este tipo de fijación de precios no alcanza a cubrir los costos fijos. Por ello se han diseñado algunos esquemas de tarifas llamados de segundo mejor, que aunque resuelven el problema ya planteado, el éxito en su implementación depende de las características propias del mercado a regular.

En el caso, por ejemplo de los precios de Ramsey, debe tenerse presente que aunque cuenta con un soporte teórico bastante aceptado, para su implementación es necesario que el regulador tenga información proveniente de las empresas reguladas lo suficientemente confiable y completa. La ventaja de fijar los precios de acuerdo a una demanda estacional es que permite a través de la diferenciación temporal de precios, repartir más uniformemente la demanda en el tiempo, evitando así que las empresas incurran en costos adicionales para ampliación de la capacidad, sin embargo, la esta discriminación temporal puede ser complicada desde el punto de vista técnico para algunos servicios.

Fijar precios a través de la regla de Baumol-Willig puede ser pertinente en un mercado como el de las telecomunicaciones en Colombia, pues aunque se conserva el monopolio en las redes locales, existe competencia en el segmento de larga distancia.

La determinación de precios mediante el esquema del price-cap ofrece ventajas tanto desde el punto de vista del regulador como de la empresa regulada, pues permite que la empresa busque su propia forma de discriminar precios si lo considera conveniente con la única condición de no sobrepasar el límite promedio fijado por la agencia reguladora. Al mismo tiempo, como se suele aplicar usando algún índice general de precios al que se le disminuye algún factor por incrementos de productividad, da lugar a que los consumidores se vean beneficiados de estos incrementos.

Recientemente han cobrado importancia los costos incrementales de largo plazo como criterio básico para el establecimiento de la regulación. Con estos costos incrementales se pretende sustituir los costos históricos en los que se han basado distintas formas de regulación. Con ello se pretende superar los problemas que se ocasionan por la existencia de incentivos perversos a la conservación de tecnologías obsoletas.

BIBLIOGRAFÍA

- Armstrong, Mark (1998). Network interconnection in telecommunications. *The Economic Journal*.
- , Doyle, Chris (1995). The economics of access pricing. Departamento de Economía Universidad de Southampton y London Business School.
- (1997). Competition in telecommunications. *Oxford Review of Economic Policy*.
- ; Cowan, Simon; Vickers, John (1994). Regulatory reform: economic analysis and British Experience, The MIT Press, Cambridge.
- Bailey, Elizabeth; Friedlaender, Ann. (1982). Market Structure and Multiproduct Industries. *Journal of Economic Literature*, Vol XX, N°3, p. 1024-1048.
- Banks, Ferdinand (1995). Some economics of electricity deregulation and privatization: an introductory survey. En: *Energética*, N°16, p.42-62.
- Baumol, William J; David F. Bradford (1970). "Optimal Departures From Marginal Cost Pricing". *American Economic Review*, 60:3, 265-283.
- Bernstein, Jeffrey; Sappington, David (1999). Setting the x-factor in price-cap regulation plans. En: *Journal of Regulatory Economics*, Vol 16, N°1.
- Brown y Sibley (1986). *The Theory of Public Utility Pricing*, Cambridge University Press.
- Dekock, Paul. Regulación económica: aspectos generales (2000). ILPES/CEPAL, Santiago de Chile.
- (2000). Regulación económica: aspectos generales sobre la fijación de precios y la estructura tarifaria. ILPES/CEPAL, Santiago de Chile.
- Laffont, Jean-Jacques; Jean Tirole. (1999). *Competition in Telecommunications*.
- Lasheras, Miguel Angel (1999). *La regulación económica de los servicios públicos*, Editorial Ariel, Barcelona.
- MacAvoy, Paul (1995). Tacit collusion under regulation in the pricing of interstate long-distance telephone services. *Journal of economics and management strategy*, Vol.4, N°2.
- Mitchell, Bridger; Vogelsang, Ingo (1991). *Telecommunications pricing, theory and practice*. Cambridge University Press.
- Pistonesi, Hector (2000). *Elementos de teoría económica de la regulación*. ILPES/CEPAL. Santiago de Chile.
- Sappington, David; Weisman, Dennis (1996). *Designing incentive regulation for the telecommunications industry*. MIT Press.
- Spiller, Pablo T.; Ingo Vogelsang (1994). Regulation, Institutions, and Commitment in the British Telecommunications Sector. Policy Research Working Paper, No. 1241. World Bank Institute.
- Spulber, Daniel; Sidak, Gregory (1997). Network access pricing and deregulation. *Industrial and Corporate Change*, Vol 6, N°4. Oxford University Press.
- Taylor, William; Zona, Douglas (1997). An analysis of the state of competition in long-distance telephone markets. *Journal of Regulatory Economics*, Vol 11, N°3.
- Tommaso, Valletti (1999). The practice of access pricing. Telecommunications in the United Kingdom. Banco Mundial, Policy Research Working Paper N°2063.
- ; Estache, Antonio (1999). The Theory of access pricing. An overview for infrastructure regulators. Banco Mundial, Policy Research Working Paper N°2097.
- Vickers, John (1997). Regulation, competition, and the structure of prices. *Oxford Review of Economic Policy*, Vol 13, N°1.
- Wilson, Robert (1993). *Nonlinear pricing*. Oxford University Press.