

Algoritmo de recocido simulado para la descomposición robusta del horizonte de tiempo en problemas de planeación de producción

A simulated annealing algorithm for the robust decomposition of temporal horizons in production planning problems

José Fidel Torres Delgado¹ y Mario César Vélez Gallego²

Recepción: 10-feb-2006/Modificación: 15-nov-2006/Aceptación: 15-dic-2006
Se aceptan comentarios y/o discusiones al artículo

Resumen

El problema de la descomposición robusta del horizonte de tiempo en planeación de producción fue inicialmente tratado en [1]. Posteriormente, en [2], Torres propone partir de una solución entera encontrada por programación dinámica, para luego mejorarla mediante un algoritmo de recocido simulado (*simulated annealing*). De acuerdo con [2], es necesario investigar más a fondo la capacidad de este algoritmo para mejorar la solución inicial y el impacto de la selección de los parámetros de control del algoritmo sobre la calidad de las soluciones encontradas.

En este trabajo se desarrolla esta propuesta de analizar más a fondo la capacidad del algoritmo de recocido simulado para mejorar la solución inicial. Como resultado de los experimentos computacionales realizados, se determinó que el método de enfriamiento y la tasa de enfriamiento tienen efecto significativo

¹ Doctor en Ingeniería, ftorres@uniandes.edu.co, profesor asociado, Universidad de los Andes, Bogotá–Colombia.

² MSc en Ingeniería Industrial, marvelez@eafit.edu.co, profesor asistente, Universidad EAFIT, Medellín–Colombia.

en la calidad de la solución final. De igual manera se estableció que la solución depende en gran medida de las características del plan de operaciones, encontrándose mejores soluciones para planes con horizontes de tiempo más cortos.

Palabras claves: planeación de producción, recocido simulado.

Abstract

The problem of robust decomposition of temporal horizons in production planning was first introduced by Torres [1]. Later, in [2], Torres suggests to start with an integer solution found by dynamic programming, and then to use a simulated annealing algorithm to improve it. According to [2], more needs to be known about the impact of the control parameters in the simulated annealing algorithm, and their sensitivity with respect to the quality of the solutions.

In this work we develop this idea and analyze in depth the ability of the simulated annealing algorithm to improve the initial solution. As a result of the computational experiments conducted, we determined that the cooling scheme and the cooling rate have significant effect on the quality of the final solution. It was also established that the solution found depends strongly on the characteristics of the operations plan, finding better solutions for plans with shorter temporal horizons.

Key words: production planning, simulated annealing.

1 Introducción

El objetivo de este trabajo es profundizar en la descripción de los conceptos de margen de autonomía y de descomposición del horizonte de planeación presentados en [1] y [2]; y en evaluar la capacidad del algoritmo de recocido simulado propuesto en [2] para mejorar la solución inicial entera encontrada por programación dinámica al problema de la descomposición robusta del horizonte de tiempo en problemas de planeación de producción. Para ello, en la sección 2 se presentan en detalle los conceptos de autonomía y de descomposición robusta del horizonte de tiempo en problemas de planeación de producción tratados inicialmente en [1] y [2]; en la sección 3 se presenta el modelo matemático de la descomposición robusta del horizonte de tiempo para maximizar el margen de autonomía, y en la sección 4 se describen los

principales trabajos publicados en este tema. En la sección 5 se describe el modelo propuesto por Torres en [2]; y en las secciones 6 y 7 se presentan los resultados de este trabajo: la sección 6 contiene la descripción de los experimentos computacionales realizados para determinar el efecto de los parámetros de control del algoritmo y del tipo de plan de operaciones en la calidad de la solución final, y en la sección 7 se presentan las conclusiones.

2 El margen de autonomía y la descomposición robusta del horizonte de planeación

2.1 Generalidades

Los procesos tradicionales de planeación de la producción comprenden tres fases fundamentales: la fase estratégica, la fase táctica y la fase operativa [3]. En modelos como el *Materials Requirement Planning* (MRP) [4], la fase operativa ha presentado problemas debido a que en ocasiones los planes no son realizables durante el horizonte de planeación propuesto, ya sea por que no existe capacidad real o porque en actividades diarias de un taller de manufactura se presentan hechos imprevistos que hacen que los planes no se cumplan. Este modelo tradicional falla generalmente porque las personas que administran la fase operativa tienen poca o ninguna posibilidad de modificar el plan propuesto [3].

Para solucionar este problema se desarrolló el modelo de regulación agregada de la carga de trabajo [1], que crea una etapa intermedia entre las fases táctica y operativa, y tiene como función regular las cargas de trabajo y ajustar el plan de operaciones para hacerlo realizable y proporcionarle a las personas encargadas de llevar a cabo el plan la posibilidad de hacer ajustes en tiempo real.

Una de las etapas críticas para el desarrollo de este modelo es la descomposición del horizonte de planeación, ya que de ésta depende que se logren los objetivos propuestos de flexibilidad y autonomía en el taller de manufactura [2].

2.2 El plan de operaciones

De acuerdo con [1] y [2], un plan de operaciones sobre un recurso agregado es el conjunto de tareas planeadas para ser ejecutadas sobre el recurso durante un horizonte de planeación fijo. La k -ésima operación ω_k se define como el conjunto $\omega_k = (C_k, F_k, D_k, q_k)$, donde C_k y F_k son las fechas de comienzo a más temprano y fin a más tarde respectivamente, D_k es la duración estimada y q_k es el consumo de recurso de la operación ω_k . Adicionalmente toda operación definida así debe cumplir que $C_k + D_k \leq F_k$ para garantizar que la tarea pueda realizarse. El plan de operaciones π con K operaciones se define como $\pi = \{\omega_k | \omega_k = (C_k, F_k, D_k, q_k), 1 \leq k \leq K\}$. La operación ω_k se representa en la figura 1.



Figura 1: Representación gráfica de la operación ω_k

2.3 Descomposición del horizonte de planeación o estructura adyacente

El horizonte de planeación para un plan de operaciones π se define como el intervalo de tiempo $[T_1, T_M]$ donde $T_1 = \min_{\omega_k \in \pi} (C_k)$ y $T_M = \max_{\omega_k \in \pi} (F_k)$.

La estructura adyacente del plan de operaciones π es la descomposición que de este horizonte se haga, y se define como el conjunto $E(\pi) = \{T_1, T_2 \dots T_i, T_{i+1} \dots\}$. Cada elemento T_i representa el instante de tiempo que determina el inicio del i -ésimo periodo de planeación en el horizonte $[T_1, T_M]$, y se conoce como referencial i . Cada pareja $[T_i, T_{i+1}]$ se conoce como pareja de referenciales adyacentes.

La *propiedad de adyacencia*: una restricción adicional del modelo consiste en limitar a dos el número máximo de intervalos a los que puede pertenecer cualquier operación dentro del plan. Esta restricción se conoce como la propiedad de adyacencia y establece que el conjunto $S \equiv \{(T_i, T_{i+1}) | C_k < T_i < T_{i+1} < F_k\}$ debe ser vacío para todo k . Un par de referenciales adyacentes

$[T_i, T_{i+1}]$ es factible si y sólo si cumple con esta propiedad. Esta restricción a la descomposición del horizonte de planeación garantiza que no exista intercambio de carga entre más de dos intervalos adyacentes.

2.4 Las curvas de carga

Una vez descompuesto el horizonte de planeación se pueden conocer las cargas máxima $W_{m\acute{a}x}$ y mínima $W_{m\acute{i}n}$ inducidas por el plan de operaciones en cada intervalo $[T_i, T_{i+1}]$. En la figura 2 se ilustran estos conceptos. Los tramos sombreados más oscuros en la figura 2(a) representan la carga mínima y en la figura 2(b) representan la carga máxima.

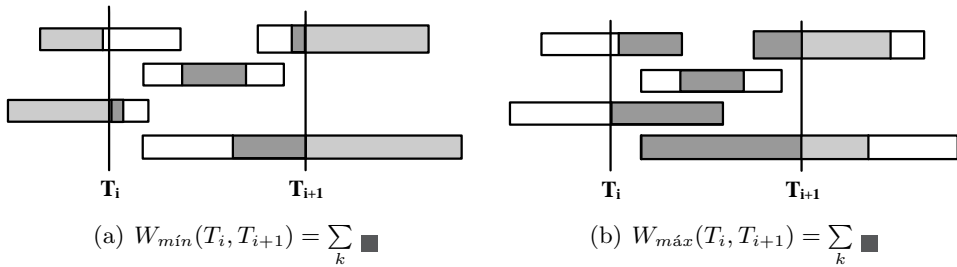


Figura 2: Carga máxima y mínima

Luego de hallar las cargas máxima y mínima para cada intervalo, se pueden graficar las curvas de carga para el plan de operaciones dado, como se muestra en la figura 3.

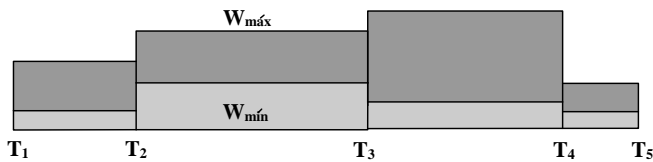


Figura 3: Curvas de carga

El área comprendida entre las curvas de carga máxima y mínima se conoce como margen de autonomía y representa la cantidad de trabajo que puede transferirse del intervalo $[T_i, T_{i+1}]$ a los intervalos vecinos $[T_{i-1}, T_i]$ y $[T_{i+1}, T_{i+2}]$.

Este margen de autonomía es el que se pretende maximizar mediante la descomposición del horizonte de planeación.

2.5 El margen de autonomía

El margen de autonomía W se define como la diferencia entre la carga máxima y mínima, y es función del plan de operaciones π y de la descomposición del horizonte $E(\pi)$

$$W(E(\pi), \pi) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{M-1} [W_{m\acute{a}x}(T_i, T_{i+1}) - W_{m\acute{i}n}(T_i, T_{i+1})].$$

Tanto para el cálculo de la carga máxima como para el de la carga mínima se deben tener en cuenta cinco posibles casos en relación con la ubicación de los referenciales temporales T_i y T_{i+1} , y las fechas C_k y F_k de la tarea k . Los cinco casos posibles son mostrados en la figura 4.

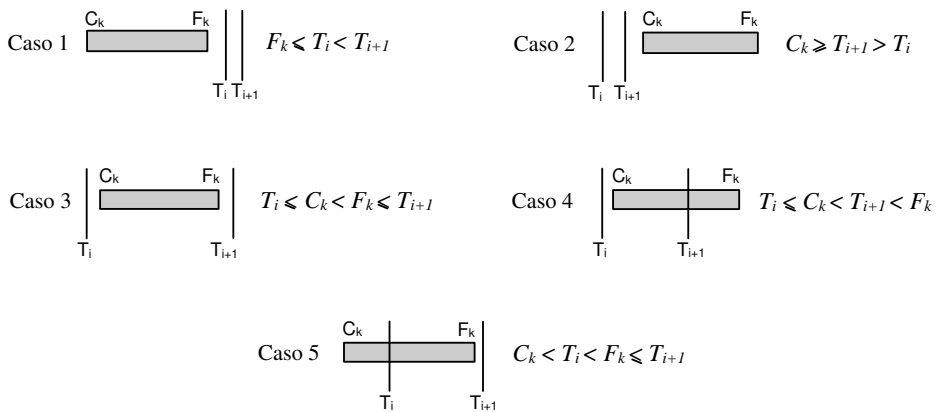


Figura 4: Cálculo del margen de autonomía

Nótese que sólo los últimos dos casos generan margen de autonomía en $[T_i, T_{i+1}]$. En las figuras 5 y 6 se definen las cargas máxima y mínima inducidas por la tarea k en $[T_i, T_{i+1}]$ en los casos 4 y 5 respectivamente.

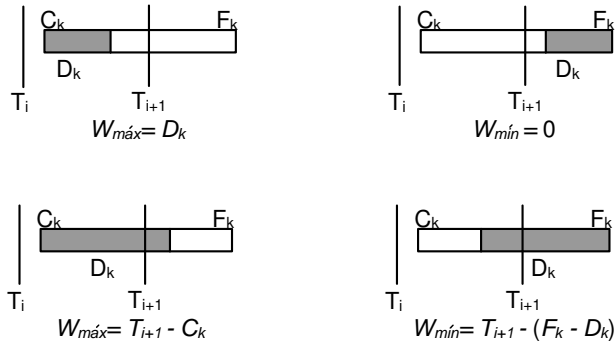


Figura 5: Cálculo de la carga máxima y mínima (caso 4)

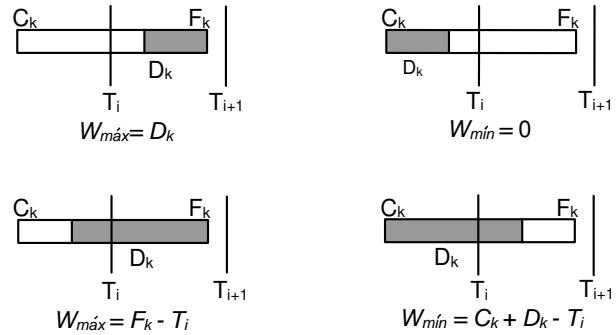


Figura 6: Cálculo de la carga máxima y mínima (caso 5)

La carga máxima y mínima para cada caso está dada por:

Caso 4: $W_{m\acute{a}x} = \min\{D_k, T_{i+1} - C_k\}$ y $W_{m\acute{i}n} = \max\{0, T_{i+1} - (F_k - D_k)\}$

Caso 5: $W_{m\acute{a}x} = \min\{D_k, F_k - T_i\}$ y $W_{m\acute{i}n} = \max\{0, C_k + D_k - T_i\}$.

De acuerdo con lo anterior, las cargas máximas y mínimas inducidas por la tarea k en $[T_i, T_{i+1}]$ son

$$W_{m\acute{a}x}(T_i, T_{i+1}, k) = \min\{D_k, T_{i+1} - C_k, F_k - T_i\}, \text{ y}$$

$$W_{m\acute{i}n}(T_i, T_{i+1}, k) = \max\{0, T_{i+1} - F_k + D_k, C_k + D_k - T_i\}.$$

3 El problema de la descomposición del horizonte de planeación

El margen de autonomía de un plan de operaciones es función de éste y de la descomposición de su horizonte de planeación. El objetivo del modelo propuesto en [2] es lograr una descomposición robusta del horizonte de planeación, es decir, una descomposición que ofrezca el máximo margen de autonomía posible para un plan de operaciones dado. Matemáticamente el problema se puede expresar así

$$\begin{aligned} \text{Máx } W(E(\pi), \pi) = & \sum_{k=1}^k \sum_{i=1}^{M-1} [\text{mín}\{D_k, T_{i+1} - C_k, F_k - T_i\} \\ & - \text{máx}\{0, T_{i+1} - (F_k - D_k), C_k + D_k - T_i\}]. \end{aligned}$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} T_i &< T_{i+1}, \quad 1 \leq i \leq M - 1, \\ S = \{(T_i, T_{i+1}) / C_k < T_i < T_{i+1} < F_k\} &= \phi, \quad 1 \leq k \leq K. \end{aligned}$$

4 Soluciones propuestas en la literatura

El modelo de descomposición robusta del horizonte de planeación fue propuesto inicialmente por Torres en [2]. Esta propuesta inicial parte de una solución entera obtenida por programación dinámica. Si la descomposición del horizonte de planeación está restringida a valores enteros, entonces esta solución es óptima. Si esta restricción se relaja, la solución entera no es necesariamente óptima. Para este último caso Torres [2] propone un algoritmo de recocido simulado [5] para mejorar la solución inicial. Castro [6] propone un modelo de optimización de múltiples objetivos para descomponer el horizonte de planeación en problemas con múltiples recursos, donde cada recurso agregado tiene asignada una función de maximización del margen de autonomía. Mantilla [7] propone maximizar el margen de autonomía en el plan de operaciones modificando las fechas de comienzo y fin de cada tarea en el plan mediante el uso del algoritmo de búsqueda Tabú (*Tabu Search*).

5 Descomposición robusta del horizonte de tiempo en planeación de producción

5.1 La solución inicial

Si al problema descrito en la sección 3 se le adiciona el supuesto de que tanto el plan de operaciones π como la descomposición del horizonte de planeación $E(\pi)$ pertenecen al conjunto de los enteros positivos Z^+ , se puede encontrar la solución óptima mediante el modelo de programación dinámica [2]

$$\text{Sea } M_{ij} \equiv \begin{cases} \sum_{k=1}^K W_{\text{máx}}(T_i, T_{i+1}) - W_{\text{mín}}(T_i, T_{i+1}) & \text{si } [T_i, T_{i+1}] \\ \text{es un par factible de referenciales temporales,} \\ -\infty & \text{de lo contrario;} \end{cases}$$

donde $T_1 \leq j \leq T_M$ y $T_1 \leq i \leq j$.

Sea P_j el máximo margen de autonomía posible entre T_1 y T_j

$$P_j = \begin{cases} 0, & j = T_1, \\ \text{máx}(P_i + M_{ij}), & T_1 + 1 \leq j \leq T_M, \quad T_1 \leq i \leq T_{j-1}. \end{cases}$$

Sea $R(j)$ la posición j para la cual $P_j + M_{ij}$ es máximo para $T_1 \leq j \leq T_M$.

El vector solución $E(k)$ se obtiene de acuerdo con la expresión

$$\begin{aligned} E(1) &= T_M \quad \text{y} \\ E(k) &= R(E(k-1)), \quad 2 \leq k \leq M-1. \end{aligned}$$

Ejemplo 1. *Considérese el siguiente plan de operaciones π*

$$\pi = \begin{array}{c|cccc} \text{Operación} & C_k & F_k & D_k \\ \hline 1 & 1 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 10 & 4 \\ 3 & 4 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 10 & 2 \\ 5 & 9 & 14 & 3 \\ 6 & 12 & 15 & 2 \\ 7 & 7 & 13 & 4 \end{array}$$

En este caso $T_1 = 1$, $T_M = 15$ y el horizonte de planeación es $[1, 15]$. La matriz M , así como los vectores P y R se muestran en la tabla 1.

Tabla 1: Ejemplo 1

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1		1	2	3	4	5	6	7	6	4	4	3	2	1	0
2			$-\infty$	$-\infty$		6	7	8	7	5	5	4	3	2	1
3				$-\infty$	$-\infty$	7	8	9	8	6	6	5	4	3	2
4					$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	7	7	6	5	4	3
5						$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	8	7	6	5	4
6							$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	9	8	7	6	5
7								$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	10	9	8	7	6
8									$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	9	8	7
9										$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	8	7	6
10											$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	5	4
11												$-\infty$	$-\infty$	5	4
12													$-\infty$	4	3
13														$-\infty$	2
14															1
P(j)	0	1	2	3	4	9	10	11	10	10	20	19	20	25	26
R(j)	-1	1	1	1	1	3	3	3	3	4	7	7	8	11	14

Una vez calculada esta matriz es posible conocer el margen de autonomía para cualquier descomposición entera del horizonte de fabricación. Por ejemplo, si se desea conocer el margen de autonomía generado por la descomposición $[1, 6, 11, 14, 15]$, se calcula $M(1, 6) + M(6, 11) + M(11, 14) + M(14, 15)$ como se indica en la tabla 1. Finalmente el vector que representa la descomposición del horizonte de fabricación de margen de autonomía máximo es $E(\pi) = [1, 3, 7, 11, 14, 15]$, con un margen de autonomía $W = 26$ y con un número de referenciales $M \equiv \|E(\pi)\| = 6$.

Una variación al problema. *Descomposición robusta del horizonte de fabricación con un número fijo de intervalos.* La solución anterior genera el máximo número de intervalos posibles para el plan de operaciones dado. Si el planificador quisiera restringir el número de intervalos a un número menor al máximo, la solución al problema sería la siguiente:

Sea L el número fijo de intervalos de la solución, donde $L < M$.

Sea $\lambda(j)$ el número de intervalos que tiene la solución óptima en el intervalo $[T_1, T_j]$, así:

$$\lambda(j) = \begin{cases} 0 & \text{si } j = 1, \\ 1 + \lambda(R(j)) & \text{si } T_{j+1} \leq j \leq T_M. \end{cases}$$

Sea j^* la posición j para la cual $\lambda(j) = L - 2$, y sea j^{**} la posición j para la cual $\lambda(j) = L - 1$, así:

$$j^* \equiv \text{máx}\{j/\lambda(j) = L - 2\} \text{ y } j^{**} \equiv \text{máx}\{j/\lambda(j) = L - 1\}.$$

$$\text{Sea } P_j = \begin{cases} \text{máx}(P_i + M_{ij}), & T_1 \leq j \leq T_M - 1, \quad T_1 \leq i \leq j^*; \\ \text{máx}(P_i + M_{ij}), & j = T_M, \quad T_1 \leq i \leq j^{**}. \end{cases}$$

Los vectores $R(j)$ y $E(k)$ se definen como en el modelo anterior.

Ejemplo 2. *Considérese el mismo plan de operaciones del ejemplo 1. La descomposición de horizonte de fabricación de máximo margen de autonomía para tres intervalos ($L=3$) obtenida por el modelo propuesto es $E(\pi) = [1, 3, 8, 15]$ con un margen $W = 18$. En la tabla 2 se muestran resultados parciales.*

Tabla 2: Vectores λ , P y R para un número fijo de intervalos

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\lambda(j)$	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	4	5
$P(j)$	0	1	2	3	4	9	10	11	10	10	12	11	10	9	18
$R(j)$	-	1	1	1	1	3	3	3	3	4	5	5	5	5	8

5.2 Algoritmo de recocido simulado para la descomposición robusta del horizonte de planeación

5.2.1 Generalidades. La técnica de recocido simulado es una técnica de búsqueda aleatoria utilizada en la solución de problemas combinatorios de

optimización propuesta por Kirkpatrick, Gelatt y Vecchi en 1983 [5]. Este algoritmo parte de una solución inicial dada, de una función objetivo que depende de la solución y de un parámetro de control T conocido como temperatura, que es una función decreciente del número de iteraciones. En cada iteración se genera al azar una solución en el vecindario de la mejor solución encontrada hasta el momento. Si la solución generada es mejor que la solución actual, ésta se adopta como la nueva solución y se continúa la búsqueda. Si por el contrario la solución encontrada no es mejor que la solución actual, existe la posibilidad de que el algoritmo acepte esta solución si la temperatura es mayor que un número aleatorio $U \sim [0, 1]$ generado para cada iteración. En otras palabras, el parámetro T representa la probabilidad de que el algoritmo acepte una solución de inferior calidad a la solución actual y por esta razón debe ser decreciente, de manera que a medida que la solución mejore, la probabilidad de aceptar soluciones inferiores disminuya. La razón por la cual el algoritmo acepta soluciones inferiores es para, de esta manera, evitar óptimos locales. El algoritmo de recocido simulado está definido por los siguientes parámetros:

- Temperatura inicial T_0 y temperatura final T_f .
- Número de iteraciones por nivel de temperatura N : número de iteraciones consecutivas durante las cuales la temperatura permanece constante.
- Método de enfriamiento: cada N iteraciones la temperatura decrece. El método más utilizado consiste en multiplicar la temperatura por una constante $\varepsilon \in (0, 1)$.
- Tasa de enfriamiento: es la velocidad a la que desciende la temperatura.
- Criterio de Convergencia: los criterios más utilizados son:
 - El algoritmo se detiene cuando se alcanza un número dado de iteraciones.
 - El algoritmo se detiene cuando n soluciones han sido rechazadas de forma consecutiva, donde n es un número dado por el usuario.
 - El algoritmo se detiene cuando la temperatura alcanza un valor final dado T_f .

Una descripción detallada del algoritmo se puede encontrar en [8] y en [9].

5.2.2 Algoritmo de recocido simulado para la descomposición del horizonte de planeación. En el caso en que el plan de operaciones $E(\pi)$ no contenga sólo valores enteros, y si la descomposición del horizonte de fabricación no está restringida a los enteros positivos Z^+ , se hace necesaria una variación a la solución propuesta. En [2] se propone partir de una solución $E(\pi)$ entera y luego mejorarla por medio del algoritmo de recocido simulado. En esta propuesta, la solución inicial se logra mediante el modelo de programación dinámica antes descrito con la variación

$$T_1 = \left\lfloor \min_{\omega_k \in \pi} (C_k) \right\rfloor \quad \text{y} \quad T_M = 1 + \left\lfloor \max_{\omega_k \in \pi} (F_k) \right\rfloor.$$

Esta variación garantiza que el plan de operaciones esté contenido en la solución entera inicial. Por lo demás, la solución se obtiene de igual manera que en el caso anterior, tanto si no se desea restringir el número de intervalos de la solución como si se desea hacerlo. Una vez encontrada esta solución, se propone utilizar recocido simulado para mejorarla.

En este trabajo se propone como método de perturbación de la solución una variación al método de intercambios adyacentes [10, 11]. Dada una solución $E(\pi) = \{T_1, T_2, \dots, T_M\}$, se selecciona al azar el t -ésimo elemento en $E(\pi)$ y se cambia por una observación de una variable aleatoria uniforme continua generada en el intervalo $[T_{t-1}, T_{t+1}]$. De esta manera se genera una nueva solución diferente de la anterior en una posición del vector $E(\pi)$, lo que garantiza que la solución lograda sea una solución cercana a la anterior; la cual es una condición deseable si se tiene en cuenta que la solución inicial es una buena solución. El algoritmo propuesto es el siguiente.

Definiciones

- Sean $E(\pi)$ la solución actual, $E(\pi)^*$ la mejor solución encontrada, y $M \equiv \|E(\pi)\|$
- Sea W el margen de autonomía de $E(\pi)$ y W^* el margen de autonomía de $E(\pi)^*$
- Sean T_0 y T_f las temperaturas inicial y final en el proceso de enfriamiento

- Sea n el número de iteraciones y N el número máximo de iteraciones por nivel de temperatura
- Sea ε la tasa constante de enfriamiento
- Sea T la temperatura
- Sea t una observación de una variable aleatoria uniforme discreta en el intervalo $[2, M - 1]$
- Sea r una observación de una variable aleatoria uniforme continua en el intervalo $[T_{t-1}, T_{t+1}]$
- Sea U una observación de una variable aleatoria uniforme continua en el intervalo $[0, 1]$.

Algoritmo

Paso 1. Hacer $E(\pi)^* = E(\pi)$, $W^* = W$, $T = T_0$

Paso 2. Hacer $N = 1$

Paso 3. Generar t

Paso 4. Generar r

Paso 5. Hacer $T_t = r$

Paso 6. Evaluar la factibilidad de la nueva solución $E(\pi)$: la nueva solución es factible si cumple con la propiedad de adyacencia descrita en la sección 2.3.

Paso 7. Si $E(\pi)$ es factible entonces

 Calcular W

 Generar U

 Si $U < T$, entonces

$E(\pi)^* = E(\pi)$

$W^* = W$

 Fin Si

Fin Si

Paso 8. $N = n + 1$

Paso 9. Si $n \leq N$ entonces
 Regresar al paso 3
 sino
 Disminuir T
Fin Si

Paso 10. Si $T > T_f$ entonces
 Regresar al paso 2
Fin Si

Paso 11. Fin

6 Evaluación computacional del algoritmo de recocido simulado

El algoritmo de recocido simulado se programó en Visual Basic para Aplicaciones (VBA) y los experimentos llevados a cabo se desarrollaron en un procesador Intel Pentium II[®] de 233 MHz.

6.1 Diseño del experimento

Para evaluar las condiciones para las cuales el algoritmo alcanza su mejor desempeño, se diseñó un experimento para determinar los factores que inciden significativamente en éste y los niveles de los factores para los cuales el desempeño es mejor. Para ello se realizó un diseño de bloques al azar [12], así:

- Variable de Respuesta: la variable seleccionada para medir el desempeño de los algoritmos fue el máximo cambio porcentual de la solución final con respecto a la solución inicial en diez corridas o réplicas.
- Factores y Niveles: los factores y niveles evaluados fueron:
 - Método de enfriamiento: en este trabajo se evaluaron dos métodos; el método exponencial o de tasa constante de decrecimiento propuesto en el algoritmo original [5], y el método de enfriamiento parabólico propuesto en [13].

- Tasa de enfriamiento: es la rapidez con que disminuye la temperatura para un método de enfriamiento. Está representada por la constante ε que para el experimento desarrollado se evaluó a tres niveles: 0,950; 0,975 y 0,990.
- Número de iteraciones por nivel de temperatura (N): se evaluaron cuatro niveles (5, 10, 15 y 20).
- Factor de Bloqueo: cada combinación de los niveles de los factores se evaluó para diez planes de operaciones generados al azar con fechas de inicio a más temprano, fin a más tarde y duración generadas con distribución uniforme. Se decidió bloquear los planes de operaciones para que no induzcan variabilidad en el análisis de los resultados. Los diez planes analizados se generaron con un horizonte de planeación de cien unidades de tiempo, de diez tareas cada uno y con una solución entera inicial con cinco intervalos.

Cada uno de los 240 experimentos fue replicado tres veces, y se evaluó tanto el problema de la descomposición del horizonte con intervalos máximos como con intervalos fijos. Para ambos casos los resultados reportados se obtuvieron con un nivel de confianza del 95 %.

6.2 Resumen de los resultados obtenidos

Los factores que tienen efecto significativo en el desempeño del algoritmo son, en su orden: el método de enfriamiento, el plan de operaciones y la tasa de enfriamiento. De igual manera se estableció que el número de iteraciones por nivel de temperatura no tiene efecto significativo sobre el desempeño del algoritmo, que es más efectivo utilizar el método de enfriamiento exponencial, y que la tasa de enfriamiento óptima está alrededor de $\varepsilon = 0,975$. Se encontró también que estos resultados fueron idénticos, tanto para los planes de operaciones con número máximo de intervalos, como para los planes con número fijo de intervalos.

6.3 Efecto del plan de operaciones en el desempeño del algoritmo

Una vez encontrados los valores de los parámetros de control para los cuales el algoritmo encuentra mejores soluciones, y sabiendo que el plan de operaciones tiene efecto significativo en el desempeño del algoritmo, se evaluó qué tipo de planes admiten una mayor mejora. Para esto se generaron al azar 100 planes de 10 tareas cada uno, con horizonte de fabricación aleatorio en el intervalo $[10, 100]$. Se calculó el máximo cambio porcentual para 30 corridas del algoritmo. El algoritmo que se utilizó tuvo las siguientes características: enfriamiento exponencial, cinco iteraciones por nivel de temperatura, temperatura inicial = 1, temperatura final = 0,00001 y $\varepsilon = 0,975$. Este análisis arrojó que los planes con cambio porcentual más alto son aquellos con horizonte de fabricación menor. Para probar esta hipótesis se realizó un análisis de conglomerados de k medias y se probó la existencia de dos grupos naturales mostrados en la tabla 3.

Tabla 3: Efecto del horizonte de planeación

	Número de datos	Horizonte promedio	Cambio porcentual promedio
Grupo 1	37	25,22	3,74 %
Grupo 2	63	63,13	0,85 %

Una vez encontrados estos grupos naturales, se probó la existencia de una diferencia significativa entre el cambio porcentual máximo obtenido para cada uno de los grupos. El procedimiento utilizado para probar esta hipótesis fue la prueba no paramétrica de *Suma de Rangos de Wilcoxon* [14], debido a que no es posible suponer que los valores de cambio porcentual estén distribuidos normalmente. La prueba arrojó como resultado que la diferencia entre los grupos de planes es significativa con un 95 % de confianza, donde el grupo 1 correspondiente a los planes de operaciones con horizontes de planeación más cortos, presenta un cambio porcentual mayor que el logrado para los planes de operaciones pertenecientes al grupo 2. Para los planes de operaciones generados en este trabajo se lograron mejoras hasta del 15 % con respecto a la solución entera inicial, aunque los casos en que se lograron mejoras significativas fueron mínimos. El histograma de frecuencias de la figura 7 ilustra mejor este punto.

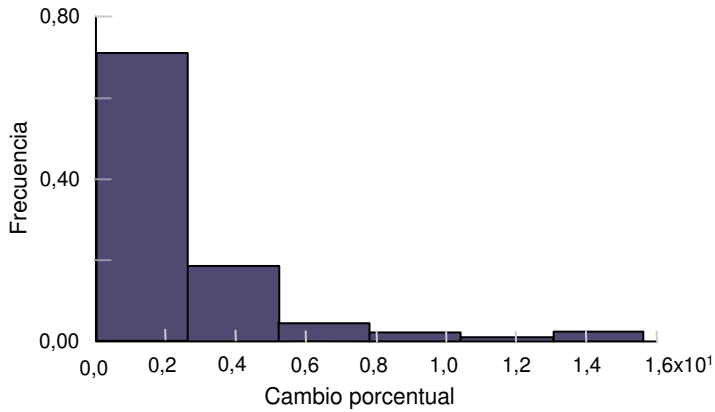


Figura 7: Histograma de frecuencias del cambio porcentual máximo

6.4 Eficiencia computacional

La tabla 4 muestra el tiempo de cómputo empleado por el algoritmo de recocido simulado para mejorar la solución inicial. Esta evaluación se realizó para los diez planes de operaciones analizados y los resultados fueron los siguientes:

Tabla 4: Tiempo de ejecución en segundos

Plan	Recocido simulado
1	329,06
2	329,56
3	321,53
4	331,31
5	338,29
6	329,61
7	331,42
8	318,52
9	337,96
10	318,73
Promedio	327,95
Desviación estándar	7,2178

En conclusión, para planes de operaciones de diez tareas y con un horizonte de fabricación de 100 unidades de tiempo, la solución de programación dinámica se logra en menos de un segundo, mientras que la solución mejorada a partir de la anterior se tarda en promedio 5,46 minutos. También es importante anotar que la variación en los tiempos de ejecución no es considerable.

7 Conclusiones

- El modelo de regulación agregada de la carga de trabajo, para cumplir con sus objetivos de dar flexibilidad en la etapa de ejecución de los planes de operaciones, depende en gran medida de la descomposición que se haga del horizonte de fabricación. Es la descomposición del horizonte de fabricación la que hace flexible un plan de operaciones.
- En planes de producción donde las fechas de comienzo y fin de las tareas, así como la duración estimada de las mismas se dan en números enteros, la solución de programación dinámica propuesta en [2] es una solución óptima al problema de la descomposición robusta del horizonte de planeación. En los planes donde esta condición no se cumple, aunque la solución entera propuesta no es necesariamente óptima, en la mayoría de los casos es una solución muy cercana a la óptima.
- El algoritmo de recocido simulado probó ser efectivo para solucionar el problema planteado en este trabajo; sin embargo, su desempeño depende en gran medida del plan de operaciones. Para los planes generados en este trabajo se lograron mejoras hasta del 15 % con respecto a la solución entera inicial, aunque los casos en que se lograron mejoras significativas fueron mínimos.
- La selección de los parámetros de control en el algoritmo de recocido simulado tiene efecto significativo en el desempeño del mismo. En este trabajo se pudo concluir que el método exponencial de enfriamiento propuesto en el algoritmo original de recocido simulado reporta mejores resultados para el problema tratado.

- Los horizontes de fabricación menores favorecen la consecución de mejoras mayores en los márgenes de autonomía. En general los planes de operaciones con horizontes de tiempo más cortos lograron ser mejorados en mayor medida que aquellos de horizontes de tiempo más altos.

Referencias

- [1] F. Torres. *Un système interactif d'aide a la decision pour la regulation de charges de travail dans les ateliers*. Rapport LAAS N° 95363, 1995. Referenciado en 7, 8, 9, 10
- [2] F. Torres. *Robust division of temporal horizons in production planning*. IEEE, International Conference on Systems, Man and Cybernetics, ISBN 0-7803-6583-6, **1**, 323-327 (2000). Referenciado en 7, 8, 9, 10, 14, 15, 19, 25
- [3] J. Wallace Hopp and Mark L. Spearman. *Factory physics second edition*, ISBN 978-0256247954. McGraw Hill, 2000. Referenciado en 9
- [4] J. Orlicky. *Material requirement planning*, ISBN 0070477086. McGraw Hill, 1975. Referenciado en 9
- [5] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt and M. P. Vecchi. *Optimization by simulated annealing*. Science, ISSN 0036-8075, **220**(4598), 671-680 (1983). Referenciado en 14, 18, 21
- [6] A. Castro y F. Torres. *Descomposición robusta de horizontes temporales en problemas de regulación agregada de cargas de trabajo para múltiples recursos*. Memos de Investigación, Universidad de los Andes, 2003. Referenciado en 14
- [7] C. Mantilla y F. Torres. *Regulación detallada y robusta de la carga de trabajo por medio de técnicas de optimización combinatoria*. Memos de Investigación, Universidad de los Andes, 2001. Referenciado en 14
- [8] A. Desrochers and R. Al-Jaar. *Applications of Petri nets in manufacturing systems: Modeling, control, and performance analysis*. IEEE, ISSN 0272-1708, 1994. Referenciado en 18
- [9] S. Sait and H. Youssef. *Iterative computer algorithms with applications in engineering*. IEEE, ISBN 978-0-7695-0100-0, 1999. Referenciado en 18
- [10] J. Y. Sridhar and C. Rajendran. *Scheduling in a cellular manufacturing system: a simulated annealing approach*. International Journal of Production Research, ISSN 0020-7543, **31**(12), 2927-2945 (1993). Referenciado en 19

- [11] J. M. Varanelli and J. P. Cohoon. *A two stages simulated annealing methodology*. Proceedings of the 5th Great Lakes Symposium on VLSI, 50–53 (1995). Referenciado en 19
- [12] D. Montgomery. *Design and analysis of experiments*, ISBN 0–471–48735–X. John Wiley & Sons, 1991. Referenciado en 21
- [13] S. K. Mukhopadhyay, M. K. Singh and R. Srivastava. *FMS machine loading: a simulated annealing approach*. International Journal of Production Research, ISSN 0020–7543, **36**(3), 1529–1547 (1998). Referenciado en 21
- [14] O. Davies and P. Goldsmith. *Statistical methods in research and production*, ISBN 978–0582450875. Longman Scientific & Technical, 1988. Referenciado en 23