¿Más Allá de la Computabilidad? (Algunas Reflexiones acerca de) [1]

Andrés ▪ Sicard ▪

Para la definición actual de computabilidad (Turing- computabilidad), se presentan algunas consideraciones que señalan algunas características del espacio de objetos sobre el cual es posible hablar de computabilidad. Con base en estas consideraciones, se presentan algunas características que se espera posea una nueva definición de computabilidad y se presentan algunas consecuencias de contar con esta nueva definición, no sin antes mencionar argumentos muy firmes acerca de lo imposible de realizar dicha construcción. Se mencionan además, algunos aspectos en

---

Andrés Sicard Ramírez. Profesor del departamento de Ciencias Básicas, Universidad EAFIT.
e-mail: asicard@sigma.eafit.edu.co

(1) Este artículo (en el cual se han realizado algunas modificaciones y adiciones) hace parte de la tesis de maestría del autor (Sicard, 1998).

relación con la posibilidad de construir sucesivamente una nueva y más potente definición de computabilidad.

1. REFLEXIONES ACERCA DE LA TURING-COMPUTABILIDAD Y DE LA POSIBILIDAD DE SU AMPLIACIÓN

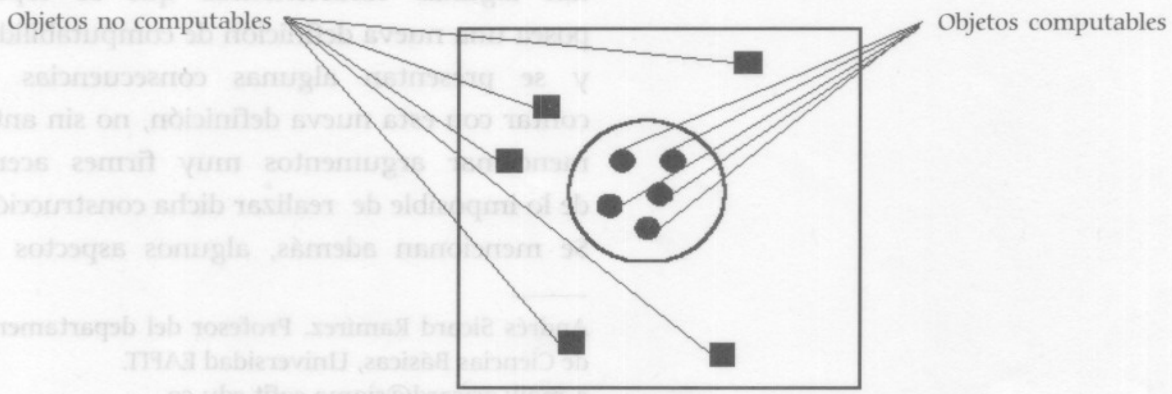
A partir de la definición (informal) de computabilidad ofrecida por Soare:

> "A *computation* is a process whereby we proceed from initially given objects, called *inputs*, according to a fixed set of rules, called a *program*, *procedure*, or *algorithm*, through a series of *steps* and arrive at the end of these steps with a final result, called the *output*. The algorithm, as a set of rules proceeding from inputs to output, must be precise and definite, with each successive step clearly determined. The concept of *computability* concerns those objects which may be specified in principle by computations,..." ((Soare, 1996), pág. 286).

Es plausible interpretar la noción de computabilidad como una propiedad atribuible o no a cierta clase de objetos -se hablará entonces, de objetos computables y objetos no computables-.La clase de objetos que permite la pregunta y la respuesta por la computabilidad o no de sus miembros es muy heterogénea [(2)]; por citar algunos ejemplos: es posible hablar de funciones computables o no computables (este es el objeto utilizado por la teoría de la computabilidad), de números computables o no computables (éste fue el objeto seleccionado por Alan Turing en el artículo fundacional de las máquinas de Turing (Turing, 1936-37) y en una instancia de mayor cobertura, de procesos computables o no computables (objeto seleccionado por Penrose y tratado exhaustivamente en (Penrose, 1989) y (Penrose, 1994). Una particularidad muy significativa de la propiedad de computabilidad, es su carácter binario excluyente, es decir, un objeto es o no es computable, esta característica genera una partición del universo de los objetos.

FIGURA 1

Partición del universo de los objetos: Objetos computables y objetos no computables



(2) A partir de este momento, la noción de objeto dará por supuesto que él pertenece a esta clase. El autor reconoce la existencia de objetos que no pertenecen a esta clase, pero éstos no se examinaran en estas reflexiones.

Es plausible interpretar la noción de computabilidad como una propiedad atribuible o no a cierta clase de objetos -se hablará entonces, de objetos computables y objetos no computables-. La clase de objetos que permite la pregunta y la respuesta por la computabilidad o no de sus miembros es muy heterogénea.

¿Cómo identificar la propiedad de computabilidad o no computabilidad de un objeto?. Es necesario contar con un criterio de demarcación que construya la frontera (continua) entre los objetos computables y los que no lo son, esta frontera es la definición misma de computabilidad, pero no una definición informal (como la ofrecida por Soare), sino una definición formal que permita distinguir sin equívoco un objeto computable de un objeto no computable. En la actualidad existen diferentes "versiones" para la definición formal de computabilidad -versiones que como es conocido, satisfacen la propiedad de ser coextensivas-; la versión con la cual se va a operar en este artículo es la correspondiente a las máquinas de Turing: un objeto es computable si es computable por una máquina de Turing, es decir, un objeto es computable si es Turing-computable.

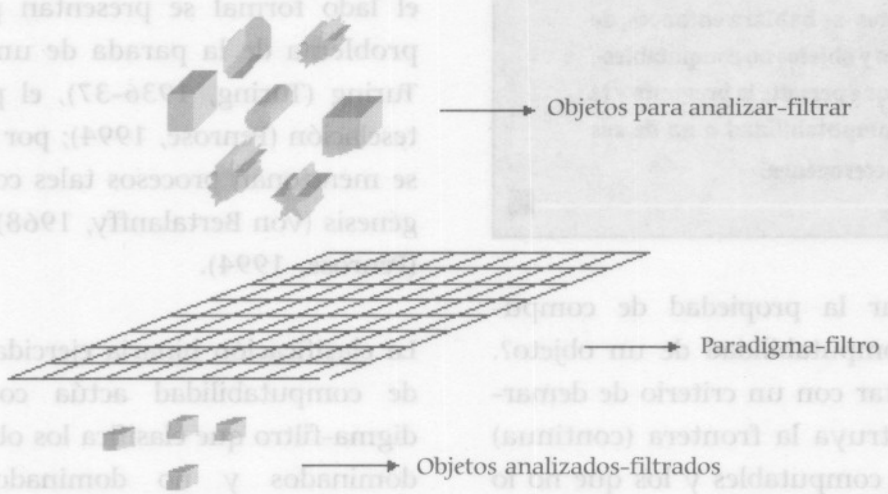
La propiedad de computabilidad dota a los objetos (en principio) de una inteligibilidad completa, un objeto computable es un objeto conocido, es un objeto cuya aprehensión es plausible, es un objeto sintética y analíticamente descriptible, pero el precio que se debe retribuir por este "dominio" del objeto es muy elevado, un objeto computable es un objeto simple, es un objeto trivial (en el sentido de las máquinas triviales de von Foerster (von Foerster, 1984)).

En el mundo formal o en el mundo factual existen objetos que no son computables, por el lado formal se presentan por ejemplo: el problema de la parada de una máquina de Turing (Turing, 1936-37), el problema de la teselación (Penrose, 1994); por el lado factual, se mencionan procesos tales como: la morfogénesis (von Bertalanffy, 1968) y la cognición (Penrose, 1994).

La clasificación binaria ejercida por la noción de computabilidad actúa como un paradigma-filtro que clasifica los objeto en duplas: dominados y no dominados, simples y complejos, triviales y no triviales. Es frecuente que la ciencia realice grandes esfuerzos en "pulir" sus objetos para que éstos crucen el filtro y se conviertan así, en objetos aprehensibles; ésta es la versión del paradigma de la simplicidad (Morin, 1990) observado desde la perspectiva de la computabilidad.

La definición formal de computabilidad ha sido puesta en entredicho desde sus primeras formulaciones. Con alguna frecuencia se han presentado personas que consideran que la definición de computabilidad no es completa ni definitiva, personas que han intentado romper el paradigma de la computabilidad por medio de definiciones más potentes de la misma. Se presentan apartes de la carta-respuesta enviada por Alonso Church a Jósez Pepis, con relación a la propuesta (implícita) de Pepis de una definición más poderosa de computabilidad. La carta cobra importancia en la medida que es escrita por Church, quien es el creador de una de las "versiones" formales de computabilidad (λ-cálculo). Por otra parte, la excelente explicación de Church de las consecuencias de contar con una definición

FIGURA 2
Efecto Paradigma



más potente de computabilidad permite justificar el continuar con su búsqueda, aunque también ofrece argumentos bastante sólidos de la imposibilidad de encontrarla; pero de mayor importancia, es la posición de escepticismo adoptada por Church, muy diferente a la posición dogmática adoptada por algunos en la actualidad.

La propiedad de computabilidad dota a los objetos (en principio) de una inteligibilidad completa, un objeto computable es un objeto conocido, es un objeto cuya aprehensión es plausible, es un objeto sintética y analíticamente descriptible, pero el precio que se debe retribuir por este "dominio" del objeto es muy elevado, un objeto computable es un objeto simple, es un objeto trivial (en el sentido de las máquinas triviales de von Foerster.

"Dear Mgr. (Monsignore) Pepis:

...In reply to your postal (card) I will say that I am very much interested in your results on general recursiveness, and hope that I may soon be able to see them in detail. In regard to your project to construct an example of a numerical function which is effectively calculable but not general recursive I must confess myself extremely skeptical - although this attitude is of course subject to the reservation that I may be induced to change my opinion after seeing your work.

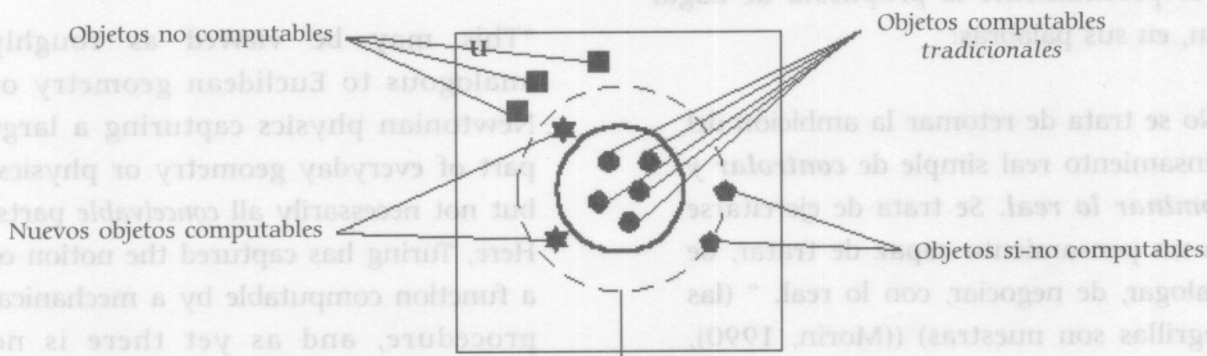
...Therefore to discover a function which was effectively calculable but no general recursive would imply discovery of an utterly new principle of logic, not only never before formulated, but never before actually used in a mathematical proof - since all extant mathematics is formalizable within the system of Principia, or at least within one of its known extensions. Moreover this new principle of logic must be of so strange, and presumably complicated, a kind that its metamathematical expression as a rule of inference was not general recursive (for this reason, if such a proposal of a new principle of logic were ever actually made, I should be inclined to scrutinize the alleged effective applicability of the principle with considerable care)." ((Sieg, 1997), pág. 175-176) [3].

Este es el contexto en el cual se reflexiona sobre la posibilidad de ampliar la definición de computabilidad: Se presenta inicialmente una representación gráfica (**Figura 3**) de las características que se considera debe poseer una nueva definición de computabilidad.

En la figura se observa que de nuevo existen objetos que no son computables (representados por un cuadrado), objetos computables tradicionales -es decir aquellos que son computables bajo la definición actual de computabilidad (representados por un círculo)- y objetos que bajo la definición actual de computabilidad no son computables, pero que bajo la ampliación de la definición sí lo son (representados por una estrella). La transformación de objetos no computables en objetos computables exige *a-priori* una jerarquía de la no computabilidad, es decir, deben existir diferentes *grados* de no computabilidad, de lo contrario, si todos los objetos no computables comparten el mismo *grado* de no computabilidad, una vez se logre transformar uno de ellos en computable, se lograría transformarlos a todos [4].

Pero de mayor importancia, la discontinuidad presente en la frontera construida por la nueva definición de computabilidad -a diferencia de la continuidad bajo la definición actual-, representa el compromiso con la propuesta moriniana: la ratificación de la *complejidad*. Se admite las limitaciones y mutilaciones

FIGURA 3
Ampliación de la definición de computabilidad



(3) Algún lector podrá objetar que la propuesta de Pepis no es ampliar la noción de computabilidad, sino de refutar la tesis de Church-Turing. En algunos párrafos posteriores, se presenta la relación entre la tesis de Church-Turing y la propuesta de una nueva definición de computabilidad.

(4) Una vez elaborada esta idea, el autor supo de la existencia de estos *grados* de no computabilidad a partir de (Rogers, 1992), bibliografía que una vez revisada, permitirá complementar esta idea.

causadas por los métodos simplificadores y, se reconoce la necesidad de contar con nuevos *operadores –principios–definiciones* complejas para construir una imagen más fiel de lo real. Los objetos no computables son objetos complejos por naturaleza, incluso se puede afirmar que la complejidad inherente a ellos (por lo menos en muchos casos), es la causa de su no computabilidad. Características tales como recursividad organizacional, emergencia de propiedades, inconsistencia, indeterminismo, etc., hacen parte de sus cualidades y por extensión de los obstáculos epistemológicos que emergen en el intento de aprehenderlos. La propuesta de la complejidad, quiebra los principios de la lógica clásica para permitir que se incorporen nuevas posibilidades de verdad. En el contexto de la nueva computabilidad se acepta y espera la nueva categoría de objetos sí-no computables (representados por un pentágono). Por supuesto, ésto es inadmisible bajo la mirada consistente y binaria de la lógica-ciencia actual, pero ésta es precisamente la propuesta de Edgar Morin, en sus palabras:

> "No se trata de retomar la ambición del pensamiento real simple de ***controlar y dominar lo real***. Se trata de ejercitarse en un pensamiento capaz de tratar, de dialogar, de negociar, con lo real. " (las negrillas son nuestras) ((Morin, 1990), pág. 22).

Un magnífico ejemplo del fuerte tejido que existe entre la complejidad, la computabilidad y la ampliación de la computabilidad, lo ofrecen algunos trabajos realizados para construir modelos de los sistemas vivos (Rocha, 1994), (Kampis, 1992). Kampis por una parte, a partir del hecho de que la evolución es uno de las principales características de los sistemas vivos y que ésta produce innovaciones en el sistema, las cuales aumentan la complejidad del mismo; y por otra parte, a partir de las limitaciones de los modelos computables actuales en donde es necesario conocer el futuro antes de que éste pueda ser computado, es decir, una computación debe saber de antemano que va a computar; concluye acerca de la imposibilidad de utilizar la metáfora de la máquina computable para describir dichos sistemas. Además, dado que los sistemas vivos presentan la propiedad de auto–modificar su comportamiento, propiedad que escapa a ser modelada por reglas *a–priori*, es necesario contar con nuevos modelos de computabilidad, que sean capaces de modificar su comportamiento en tiempo de ejecución.

Por otra parte, con base en los comentarios realizados por Soare, en relación con la aceptación de la tesis de Church–Turing:

> "This may be viewed as roughly analogous to Euclidean geometry or Newtonian physics capturing a large part of everyday geometry or physics, but not necessarily all *conceivable* parts. Here, Turing has captured the notion of a function computable by a mechanical procedure, and as yet there is no evidence for any kind of computability which is *not* included under this concept. **If it existed, such evidence would not affect Turing's Thesis about mechanical computability any more than hyperbolic geometry or Einsteinian physics refutes the laws of Euclidean geometry or Newtonian physics.**

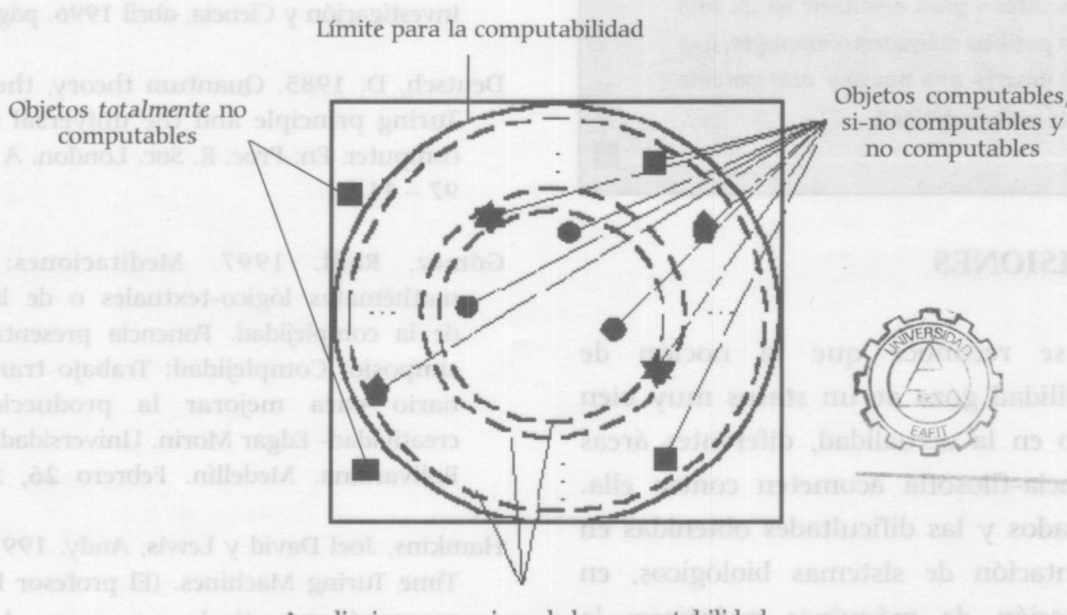
> **Each simple describes a different part of the universe.**
>
> ... Some have cast doubt on Turing's Thesis on the grounds that there might be physical or biological processes which may processes, say, the characteristic function of the halting problem. **It is possible that these may exist** (although there is presently no evidence) **but if so, this will have absolutely *no effect* on Turing's Thesis because they will not be algorithmic or mechanical procedures as required in ... and in Turing's Thesis.**" ((Soare, 1996), pág. 294 - 295; las negrillas son nuestras).

Se evita incursionar en la relación entre la amplitud de la computabilidad y la tesis de Church–Turing. Esto no quiere decir que se ignore el campo problemático planteado por ella. Una vez ampliada la definición de computabilidad, sería necesario regresar a la tesis de Church–Turing y reflexionarla con respecto a la nueva definición, quizás para construir una tesis ampliada (como lo es la relación entre la física de Newton y la física de Einsten), quizás para construir una tesis alternativa (como lo es la relación entre la geometría euclidiana y la geometría hiperbólica).

Hecha la apuesta por la posibilidad de ampliación de la definición de computabilidad y por extensión directa, el fortalecimiento de los aparatos de captura de lo real, surgen las siguientes preguntas: ¿Cuál es la posibilidad de repetir este proceso?; ¿Se puede repetir *ad–infinitum* o tiene límite?, ¿Cuáles son los alcances de estas múltiples ampliaciones?. En términos generales la pregunta es por los

FIGURA 4

Asíntota para las ampliaciones de la definición de computabilidad



límites de la ciencia, con la complejidad a bordo por supuesto y con la noción de objeto computable -bajo nuevas y más potentes definiciones de computabilidad- como uno de sus elementos de base. Se defiende la infinitud del proceso, es decir existe optimismo en la capacidad humana para aumentar sus aparatos de cognición, pero aunque el proceso es infinito tiende a una asíntota insuperable, es decir se acepta la incompletitud final del proceso. Este es un juego contra lo real, en el cual no es posible triunfar. He aquí el sentido trágico de esta aventura llamada ciencia, pero él mismo constituye su esencia.

La vigencia de conceptos como las máquinas no triviales, la auto-referencia, la recursividad; las reflexiones de (algunos) pensadores contemporáneos; las posibilidades presentes en la lógica paraconsistente; etc.; permiten prever la emergencia de una nueva definición de computabilidad. Y es precisamente, durante la reflexión acerca de y la especificación de posibles máquinas-biológicas, de posibles máquinas-cuánticas, de posibles máquinas-auto-referenciales, de posibles máquinas-paraconsistentes o para denotarlo en un solo término, de posibles máquinas- complejas; que (se espera) emerja una nueva y más potente definición de computabilidad.

CONCLUSIONES

Aunque se reconoce que la noción de computabilidad goza de un *status* muy bien establecido en la actualidad, diferentes áreas de la ciencia-filosofía acometen contra ella. Los resultados y las dificultades obtenidas en la representación de sistemas biológicos, en la construcción de máquinas cuánticas; la vigencia de conceptos como las máquinas no triviales, la auto-referencia, la recursividad; las reflexiones de (algunos) pensadores contemporáneos; las posibilidades presentes en la lógica paraconsistente; etc.; permiten prever la emergencia de una nueva definición de computabilidad. Y es precisamente, durante la reflexión acerca de y la especificación de posibles máquinas-biológicas, de posibles máquinas-cuánticas, de posibles máquinas -auto-referenciales, de posibles máquinas-paraconsistentes o para denotarlo en un solo término, de posibles máquinas-complejas; que (se espera) emerja una nueva y más potente definición de computabilidad.

BIBLIOGRAFÍA

Bobenrieth, M. Andrés. 1996. Inconsistencias ¿por qué no?. 1ed. Santafé de Bogotá, Colombia: Tercer Mundo Editores, División Gráfica. págs. xxxviii + 567. (Premio Nacional de Colcultura (Instituto Colombiano de Cultura).

Delahaye, Paul. 1996. Creaciones informáticas: Un juego universal de herramientas de cálculo. En: Investigación y Ciencia, abril 1996. pág. 80 – 83.

Deutsch, D. 1985. Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer. En: Proc. R. Soc. London. A 400. pág. 97 – 117.

Gómez, Raúl. 1997. Meditaciones: De los mathématas lógico-textuales o de los juegos de la complejidad. Ponencia presentada en el simposio: Complejidad: Trabajo transdisciplinario para mejorar la producción y la creatividad- Edgar Morin. Universidad Pontificia Bolivariana. Medellín. Febrero 26, 27 y 28.

Hamkins, Joel David y Lewis, Andy. 1997. Infinite Time Turing Machines. (El profesor HAMKINS nos envío su artículo por correo electrónico).

Hermes, Hans. 1969. Enumerability – Decidability – Computability. 2ed. New York: Springer-Verlag. págs. 245.

Hopcroft, John. 1984. Máquinas de Turing. En: Investigación y Ciencia, julio 1984. págs. 8-19.

Kampis, George. 1992. Life-Like Computing Beyond the Machine Metaphor. En: http://hps.elte.hu/Papers/. págs. 23.

Kleene, Stephen C. 1974. Introducción a la metamatemática. Madrid: Editorial Tecnos. Colección Estructura y Función. 1974. págs. 495.

Kuhn, Thomas S. 1962. La estructura de las revoluciones científicas. 1ed. en español. 3a reimpresión. Santafé de Bogotá: Fondo de Cultura Económica. 1996. Colección: Breviarios, No. 213. págs. 320.

Maturana, Humberto y Varela, Francisco. 1996. El árbol del conocimiento. Madrid: Editorial: Debate, S.A. Colección: Pensamiento. pág. 215

Minsky, 1967. MINSKY, Marvin. Computation: Finite and infinite machines. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc. págs. 317.

Morin, Edgar. 1990. Introducción al pensamiento complejo. 1ed. 2a reimpresión. Barcelona: Editorial GEDISA. Colección: Ciencias Cognitivas. Traducción: Marcelo Pakman. 1996. pág. 167.

Penrose, Roger. 1989. La nueva mente del emperador. Barcelona: Grijalbo Mondadori. Colección: Libro de Mano No. 38. Traducción: Javier García Sáenz, 1995. pág. 597.

Penrose, 1994. PENROSE, Roger. Las sombras de la mente. Barcelona: Grijalbo Mondadori. Colección: Drakontos. Traducción: Javier García Saenz, 1996. pág. 480.

Rocha, Luis Mateus. 1994. Artificial semantically closed objects. En: http://ssie.binghamton.edu/~rocha/tilsccai.html. págs. XXX.

Rogers, Hartley. 1992. Theory of recursive functions and effective computability. 3era impresión. Cambridge: The MIT Press. pág. ix + 482.

Sáez, Fernando y Fernández, Gregorio. 1987. Fundamentos de informática. 1ed. Madrid: Alianza Editorial. pág. 550.

Sicard, Andrés. 1996. Máquinas de Turing. En: Revista Universidad EAFIT. No. 103. pág. 29-45.

_____________. 1997. Máquina universal de Turing: Algunas indicaciones para su construcción. En: Revista Universidad EAFIT. No. 108. pág. 61 - 106.

_____________. 1998. Máquinas de Turing Dinámicas. Tesis de maestría - Universidad EAFIT.

Sieg, Wilfred. 1997. Step by recursive step: Church's analysis of effective calculability. En: The bulletin of Symbolic Logic, Volume 3, Number 2, June 1997. pág. 154-180.

Soare, Robert I. 1996. Computability and Recursion. En: The Bulletin of Symbolic Logic. Volume 2, Number 3, Sept. pág. 284 – 321.

Thuillier, Pierre. 1988. De Arquímedes a Einstein: Las caras ocultas de la invención científica. Madrid: Alianza Editorial, S.A. Sección: Ciencia y Técnica. Tomo I, No. 1487 y Tomo II, No. 1488. Traducción: Amalia Correa, 1990.

Turing, Alan. 1936-37On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem. En: Proc. London Math. Soc. ser. 2, vol. 42. 1936-1937. págs. 230 - 265. A correction, ibid, vol 43. 1936-1937. págs. 544-546.

von Foerster, Heinz. 1984. Principios de autoorganización en un contexto socioadministrativo. En: Las semillas de la cibernética. Barcelona: Gedisa. Colección: Terapia Familiar. Editor y Traductor: Marcelo Pakman. 1996.

von Bertalanffy, Ludwing. 1968. Teoría general de los sistemas. Colombia: Fondo de Cultura Económica (FCE). 1era. reimpresión. Traducción: Juan Almela. 1994.

von Foerster, Heinz. 1990. Lethology: A theory of learnig and knowing vis a vis Undeterminables, Undecidables, Unknowables. En: Revista Universidad EAFIT. No. 107; julio, agosto, septiembre 1997. pág. 15-32.