REVISTA Universidad EAFIT
Vol. 44. No. 150. 2008. pp. 9-20

Una reseña de la lógica matemática de Charles S. Peirce (1839 - 1914)*

Arnold Oostra
Doctor en Ciencias Matemáticas.
Profesor, Departamento de Matemáticas y Estadística,
Universidad del Tolima.
oostra@telecom.com.co

Recepción: 09 de marzo de 2008 I Aceptación: 22 de mayo de 2008

Resumen

Luego de una presentación muy general de Charles S. Peirce, en este artículo divulgativo se hace una reseña corta de sus trabajos lógico-matemáticos, se propone una clasificación de los mismos según su ingreso al corpus matemático y se indican algunas líneas abiertas a la investigación.

Palabras Clave

Charles S. Peirce
Lógica matemática
Conectivos
Cuantificadores
Gráficos existenciales
Continuo

* Este artículo hace parte del Proyecto 110106 del Comité Central de Investigaciones de la Universidad del Tolima.

A review on Charles S. Peirce's Mathematical Logic (1839 – 1914)*

Abstract

After a very broad presentation about Charles S. Peirce, his mathematical-logic works are briefly reviewed in this divulgative article and a classification of them is proposed, according to its incorporation into the mathematical corpus. Some open research problems are suggested as well.

Key words

Charles S. Peirce
Mathematical logic
Connectives
Quantifiers
Existential graphs
Continuum

Introducción

Tanto por sus contribuciones técnicas como por su empeño constante en imprimirle rigor matemático a todos los argumentos, fueran científicos o filosóficos, Charles S. Peirce puede ser considerado uno de los pioneros de la lógica matemática como se la concibe hoy en día. Mirado casi siempre como un filósofo, una revisión de sus trabajos permite verlo más bien como un científico. Más aún, muchos de sus trabajos indicados como aportes a la lógica podrían reclasificarse como contribuciones a la matemática.

1. Charles S. Peirce, científico y filósofo

Charles Sanders Peirce fue un científico, lógico y filósofo norteamericano quien vivió entre 1839 y 1914. Despreciado por muchos y olvidado por décadas, sin embargo ha sido reconocido como una de las mentes más brillantes, originales y versátiles de toda América. Desde hace unos treinta años se realizan a nivel mundial ingentes esfuerzos por recuperar, sistematizar y aplicar su pensamiento.

Charles Peirce nació en una destacada familia de Boston. Su padre, Benjamin Peirce, fue maestro de matemáticas y astronomía en Harvard durante cuarenta años y sin duda es uno de los pioneros de la ciencia matemática en América. Charles se graduó con honores de la misma Universidad pero nunca pudo obtener una posición académica estable. Trabajó durante más de treinta años como científico en el *U. S. Coast and Geodetic Survey*, el servicio geodésico de los Estados Unidos que hoy forma parte del *NOAA*, y desde 1879 hasta 1884 tuvo la cátedra de lógica en la entonces recién fundada Universidad Johns Hopkins. Poco después de que le fuera cancelada esta vinculación se trasladó con su segunda esposa a una casa de campo en Pennsylvania, donde residió por el resto de su vida.

Charles Peirce publicó dos libros y un número muy considerable de artículos en diversas revistas, periódicos y enciclopedias. Sin embargo, el mayor volumen de sus escritos no estaba publicado en el momento de su muerte; de hecho, los manuscritos elaborados por Peirce durante sus últimos treinta años frisan en la exorbitante cantidad de cien mil páginas. Aparte de algunos artículos individuales y una cantidad de extractos menores, en la primera mitad del siglo XX se publicó la selección titulada *Collected Papers* (Peirce, 1931) y desde 1982 se está elaborando una edición cronológica más completa conocida como *Writings* (Peirce, 1982).

1.1 Algunos aportes a la ciencia

Puesto que Charles Peirce siempre mantuvo un muy amplio espectro de intereses, es posible señalar una gran variedad de aportes originales y significativos a diferentes ciencias. Por ejemplo, una de sus tareas como científico del *U. S. Coast and Geodetic Survey* fue la medición de la gravedad en diversos puntos de los Estados Unidos.

* This article is part of project 110106 of the Central Committee for Research, University of Tolima.

Para ello perfeccionó los péndulos de precisión empleados con ese fin, alcanzando así renombre mundial. Estas mediciones, además, le condujeron a estudios sobre la elipticidad de la Tierra. Por otro lado, desde 1879, Peirce propuso establecer la medida del metro en términos de la longitud de onda de la luz, eliminando así la necesidad de la comparación con un patrón específico.

Figura 1. Charles S. Peirce en 1875

Fuente: Images.Google (2008).

Como lingüista, Peirce escribió una gramática árabe, un estudio de los jeroglíficos egipcios y guías de pronunciación del griego clásico y del inglés shakespeariano, entre otros trabajos. Fue, además, un precursor en la lingüística comparada. Fue pionero también en otro campo totalmente diferente: sus estudios sobre la sensación del color lo constituyeron en el primer psicólogo experimental en toda América.

Charles Peirce también fue historiador. Escribió tratados sobre la historia de la ciencia, en especial de la lógica y de la astronomía, y adelantó estudios en biografías comparadas de grandes personajes de la humanidad. Tradujo del latín al inglés documentos significativos para la historia de la ciencia como el tratado de *Petrus Peregrinus* y un documento de Fibonacci.

1.2 Principales aportes a la filosofía

Una de las características notables del legado de Charles Peirce es que no se trata de una colección inmensa de aportes desconectados sino que todos se enmarcan en un gran sistema general de pensamiento. Los escritos de Peirce revelan un constante vaivén entre desarrollos técnicos y científicos particulares, por un lado, e ideas filosóficas muy generales por el otro. Esto por supuesto constituye una cierta barrera para la fácil comprensión de sus trabajos. Pero al mismo tiempo su sistema general inspira interés creciente entre muchas personas dedicadas a la filosofía que lo han reconocido como un aporte valioso a esa disciplina.

Charles Peirce es el fundador del pragmatismo, doctrina que en su sentido recto y original es un método para clarificar las ideas aplicando los procedimientos científicos a la filosofía. Se destaca el enunciado de la máxima pragmática, revisado por Peirce en muchas ocasiones a lo largo de su vida. También se le reconoce como el padre de la semiótica moderna, la ciencia de los signos. Otro aporte significativo de Charles Peirce a la filosofía fue la revisión de las categorías fenomenológicas de Kant, reduciéndolas a solo tres.

Respecto a la filosofía de la ciencia, además de una original clasificación de las ciencias, Peirce desarrolló la teoría del método científico, anticipándose con ello por décadas a Albert Einstein. Esta teoría se basa en una noción normativa de la verdad científica, respecto a la cual vale la pena destacar una de sus frases más citadas (Peirce, 1931, v.1, §135):

> De esta primera, y en un sentido, única regla de la razón, (es decir) que **para aprender debes desear aprender** y deseándolo así

no estar satisfecho con lo que ya estás inclinado a pensar, se sigue un corolario que en sí mismo es digno de ser inscrito en cada pared de la ciudad de la filosofía:

No bloquees el camino de la investigación*[2]*.

2. Charles S. Peirce, matemático

En repetidas ocasiones Peirce señaló que había dedicado su vida, desde la adolescencia, al estudio de la lógica. Pero en esa época la lógica formal como se la concibe hoy en día apenas estaba en ciernes, de hecho su rumbo actual estuvo influido de manera decisiva por los aportes de Peirce. ¿A qué se refiere entonces Charles Peirce con el término "lógica"? En alguno de sus escritos describió esta ciencia de una manera muy general como semiótica formal, esto es, el estudio de las leyes formales de los signos (Peirce, 2007, 80). Pero como para Peirce, casi cualquier cosa puede verse como un signo, la conclusión es que cualquier investigación científica es un ejercicio de lógica. En estos términos, la lógica se identifica en buena parte con su gran sistema general de pensamiento y ello explica por qué Charles Peirce se consideraba a sí mismo, ante todo, un lógico.

Frente a este escenario, es notable que Peirce en 1897 expresara: "Sin embargo, soy un lógico matemático" (Peirce, 1931, v.3, §515)[3]. Aunque esta faceta del pensador no es muy conocida, ni siquiera entre las personas dedicadas a estudiar su legado, en realidad la revisión de sus aportes a la matemática a través de la lógica reivindican ampliamente esta frase y la imagen de Charles S. Peirce como un matemático.

2.1 Perfil de un matemático activo

En repetidas ocasiones se ha señalado la influencia intelectual que tuvo sobre Charles Peirce la figura de su padre. Benjamin Peirce hizo contribuciones a la teoría de números y al álgebra abstracta así como a la filosofía de la matemática, a la mecánica celeste y a la geodesia, hasta el punto de constituirse no solo en el padre de las matemáticas en toda América sino en uno de los precursores del álgebra abstracta moderna. Es indudable que estas cualidades ejercieron un peso determinante en la educación de su hijo.

Figura 2. Charles S. Peirce

Fuente: Images.Google (2008).

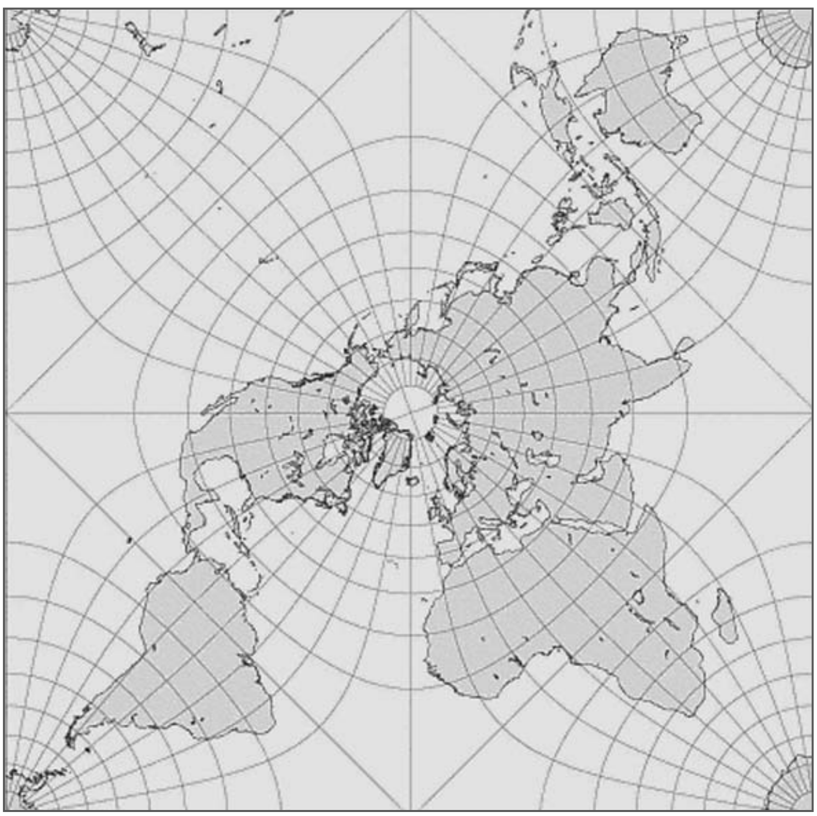
Por su formación, Charles Peirce tenía un conocimiento amplio y profundo de la matemática de su época. Por el círculo en el que se movía y por su correspondencia, es seguro que tuvo contacto con todos los matemáticos norteamericanos contemporáneos con él, al igual que con varios importantes matemáticos europeos, como Augustus De Morgan, Georg Cantor y Ernst Schröder (Peirce, 1976, v.3). Por otro lado, aunque no hay reporte de contacto directo alguno, Peirce sí reseñó obras, entonces recientes, de matemáticos como Felix Klein, Bertrand Russell y Alfred North Whitehead, manteniéndose así al tanto de los últimos avances en esta ciencia.

[2] "Upon this first, and in one sense this sole, rule of reason, that in order to learn you must desire to learn, and in so desiring not be satisfied with what you already incline to think, there follows one corollary which itself deserves to be inscribed upon every wall of the city of philosophy: Do not block the way of inquiry".

[3] "I am none the less a mathematical logician for that".

La carrera de Peirce en el *U. S. Coast and Geodetic Survey* incluyó mucho trabajo matemático (en particular, los innumerables cálculos se hacían y se corregían a mano) y dio lugar a una variedad de aportes teóricos a la matemática aplicada. Como ejemplo puede citarse la proyección quincuncial del globo terráqueo, una proyección conforme de la esfera terrestre sobre un cuadrado iterable y que durante algún tiempo fue utilizada para trazar rutas aéreas (Peirce, 1982, v.4, 68). Por otro lado, quizás los abundantes cálculos sugirieron a Peirce su interés por las máquinas calculadoras. De hecho, en una carta suya le apostó a las máquinas eléctricas[3] y trazó los primeros diagramas conocidos que asocian los conectivos lógicos básicos con ciertos circuitos electrónicos, anticipando así de manera notable muchos desarrollos tecnológicos del siglo XX (Peirce, 1982, v.5, 421). Peirce también jugó un papel en el nacimiento de la aviación, pues ayudó con el soporte teórico y los cálculos matemáticos a Samuel P. Langley, uno de los pioneros de la aeronáutica, cuyo primer vuelo fracasó circunstancialmente pocos días antes del exitoso vuelo de los hermanos Wright (Ketner, 2001).

Figura 3. La proyección quincuncial de Peirce



Fuente: Images.Google (2008).

Además de las investigaciones más significativas en matemática pura, detalladas en la sección 2.2, Peirce adelantó abundantes trabajos menos conocidos en esta área que resaltan su imagen como matemático. Por ejemplo, cuando sus ingresos mermaron, intentó realizar varios proyectos matemáticos a fin de aumentarlos: uno consistió en la redacción de textos de aritmética, álgebra y geometría para la educación

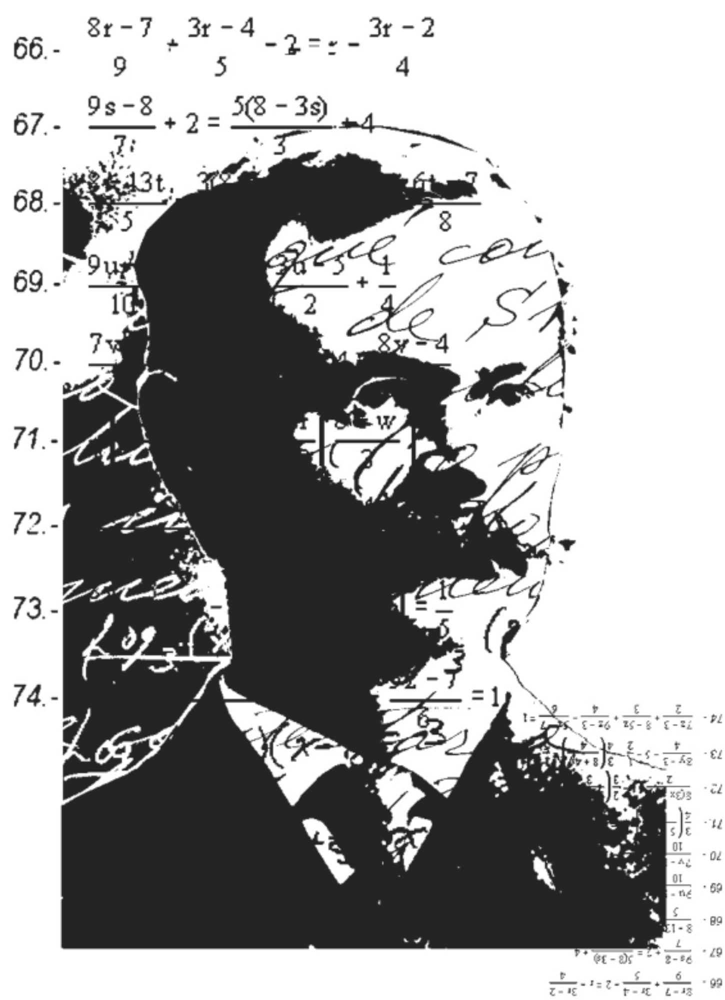
3 "I think electricity would be the best thing to rely on".

media; otro fue la elaboración de cursos de lógica matemática por correspondencia. Finalmente, vale la pena mencionar muchas reflexiones novedosas y originales de Peirce sobre la naturaleza de la matemática, sobre su clasificación y su relación con otras ciencias, en especial sobre su contraste con la lógica.

2.2 Líneas directrices en el trabajo matemático

Un matemático y, en general, un científico no alcanza el reconocimiento tanto por la cantidad de sus trabajos y aportes sino más bien por el desarrollo de grandes líneas de investigación estables a lo largo del tiempo. En la matemática de Peirce pueden distinguirse por lo menos dos grandes líneas directrices, llamadas por él la lógica de relativos y la lógica del continuo.

La lógica de relativos conoció primero una presentación algebraica, comenzando con el álgebra de la lógica que ocupó a su autor alrededor de 1870. Peirce se propuso con estas indagaciones generalizar los trabajos pioneros de Boole y De Morgan, definiendo una gran cantidad de operaciones entre proposiciones lógicas y estudiando exhaustivamente sus propiedades. Uno de los primeros resultados significativos consistió en la prueba puramente algebraica de los silogismos aristotélicos. Estas investigaciones condujeron pronto a la noción de variable lógica y por esa vía al segundo capítulo importante en la lógica de los relativos, la teoría de la cuantificación. Salvo los símbolos utilizados, es la misma teoría de cuantificadores universal y existencial que se emplea hoy en día de manera universal en la matemática (Thibaud, 1982).



Parece que Peirce nunca se sintió plenamente satisfecho con la presentación algebraica de su lógica de relativos, pues durante las últimas décadas del siglo estuvo experimentando de manera recurrente con diversas presentaciones geométricas. Estas reflexiones se cristalizaron en el sistema de gráficos existenciales, que en palabras de Peirce es “un diagrama para ilustrar el curso general del pensamiento” (Peirce, 1931, v.4, §530)[4] y “un diagrama burdo y generalizado de la mente” (Peirce, 1931, v.4, §582)[5]. Se trata de un método que permite graficar de manera eficiente las proposiciones lógicas y luego transformar el diagrama obtenido para, finalmente, leer conclusiones en el gráfico resultante.

La lógica del continuo también ocupó a Peirce durante los últimos decenios de su vida. El estudio del continuo general empalma con la lógica de los relativos mediante la divisa siguiente: “La lógica de relaciones muestra que la continuidad no es más que un tipo superior de lo que conocemos como generalidad. Es generalidad relacional” (Peirce, 1931, v.6, §190)[6]. Según Peirce, el continuo es general y supermultitudinario, reflexivo e inextensible, modal y plástico. Estas características rebasan las del continuo de Cantor, empleado de manera generalizada en la matemática actual, aunque durante el siglo XX han sido propuestos diversos modelos alternativos que comparten una u otra de las propiedades sugeridas por Peirce (Zalamea, 2001; Oostra, 2004b).

3. Pasado, presente y futuro de la matemática peirceana

Al abordar el tema de la percepción del legado matemático peirceano por la comunidad científica actual, resulta obligado mencionar a Carolyn Eisele y la titánica labor de recuperación realizada por ella a lo largo de su carrera académica. Desde su primer artículo sobre Peirce, en 1951, hasta su muerte en el año 2000, Eisele produjo una notable cantidad de artículos, ensayos y ediciones críticas que cambiaron de manera definitiva la percepción sobre la obra de Peirce. En vez de un filósofo ocupado tangencialmente con especulaciones sobre la ciencia, Charles Peirce fue ante todo un matemático y hombre de ciencia cuyas reflexiones filosóficas mayormente fueron fruto de su intensa actividad científica. Esta tesis se ha denominado *Ley de Eisele* en honor a su más aguerrida defensora.

Sin embargo, en la comunidad matemática el panorama es muy diferente ya que allí el trabajo y aun el nombre de Charles Peirce permanecen prácticamente desconocidos hasta el día de hoy. En consecuencia, la divulgación constante de sus ideas y su aplicación a la matemática actual constituyen un imperativo ineludible para las (pocas) personas expertas en matemáticas que también se han interesado por el legado de este científico.

3.1 Una clasificación del trabajo matemático

Tanto los trabajos locales de Peirce en matemática como sus líneas globales de investigación, pueden desglosarse en tres grupos, según el destino que corrieron en relación con el corpus matemático.

En primer lugar están los *aportes*, aquellas ideas e investigaciones que ingresaron directamente a la matemática y que, salvo tergiversaciones u omisiones históricas, se atribuyen a Peirce. Como ejemplo puede citarse la fórmula proposicional $((p \to q) \to p) \to p$, conocida como la *ley de Peirce* porque fue introducida por él en 1885 (Peirce, 1931, v.3, §384). En la actualidad esta fórmula es reconocida como la diferencia determinante entre la lógica clásica y la intuicionista en el sentido de que si a esta última se añade la ley de Peirce entonces se obtiene la clásica. Otro aporte indiscutido es la presentación del orden como una relación reflexiva, transitiva y antisimétrica (Peirce, 1931, v.3, §253), además de una cantidad de nociones y terminología de uso corriente en la teoría de retículos.

La porción algebraica de la lógica de relativos de Peirce –el álgebra de la lógica y la teoría de la cuantificación– constituye el fundamento de la

[4] “A diagram to illustrate the general course of thought”.

[5] “A rough and generalized diagram of the Mind”.

[6] “Now continuity is shown by the logic of relations to be nothing but a higher type of that which we know as generality. It is relational generality”.

lógica de primer orden. Esta lógica, a su vez, puede considerarse uno de los pilares fundamentales de la lógica matemática actual y de su rama más pujante, la teoría de modelos. Si bien, en la historia de la matemática su origen se atribuye de manera generalizada a otras fuentes, recientemente ha sido demostrado de manera concluyente que la línea de investigadores que dio lugar a la lógica de primer orden es Boole – De Morgan – Peirce – Schröder – Löwenheim – Skolem – Tarski (Brady, 2000). Sin duda este es el aporte más significativo de Peirce a la matemática.

En segundo lugar se destacan los *anticipos* de Peirce, trabajos realizados por él pero que no recibieron atención y quedaron en el olvido. Años o décadas después otros matemáticos, trabajando de manera totalmente independiente e ignorando los manuscritos de Peirce, llegaron a conclusiones idénticas y sus trabajos sí ingresaron al corpus matemático. Estos anticipos constituyen una prueba concreta y sólida para el hecho de que Charles Peirce estaba adelantado, por mucho, a su tiempo. Por supuesto, en estos casos no puede negarse el mérito de los otros investigadores, sin embargo, un recuento histórico completo y justo tendría que incluir también alguna referencia a los anticipos de Peirce. Un caso notable y clarificador es la axiomatización de la aritmética: Peirce publicó en 1881 una axiomatización completa (Peirce, 1931, v.3, §252) pero aparentemente no tuvo mayor impacto; el matemático italiano Giuseppe Peano publicó otra en 1889 que tuvo gran acogida y llegó a formar parte de “lo que todo matemático debe saber” (Oostra, 2003).

Otro anticipo de Peirce es el estudio de los dos conectivos binarios completos (Peirce, 1982, v.4, 218; Peirce, 1931, v.4, §264). Un conectivo proposicional es completo si todos los demás pueden obtenerse a partir de él, de tal manera que la lógica clásica puede hacerse con ese solo conectivo. Uno de los conectivos estudiados por Peirce en 1902 lleva ahora el nombre de Sheffer porque, unos once años después, fue redescubierto y estudiado por este matemático. Peirce también anticipó diferentes definiciones para conjuntos infinitos y estudió la relación entre ellos (Peirce, 1931, v.3, §288). Propuso una lógica con tres valores de verdad (Peirce, 1931, v.4, §307), anticipándose varias décadas con ello a Post y a los matemáticos de la escuela polaca, quienes figuran oficialmente como los inventores de las lógicas multivaluadas. Un anticipo más que merece mencionarse es la axiomatización de la lógica proposicional, propuesta por Peirce en 1885 (Peirce, 1931, v.3, §376) y redescubierta por otros autores durante el siglo XX.

Figura 4. Los conectivos binarios completos

p	q	$p \mid q$
V	*V*	*F*
V	*F*	*V*
F	*V*	*V*
F	*F*	*V*

p	q	$p \downarrow q$
V	*V*	*F*
V	*F*	*F*
F	*V*	*F*
F	*F*	*V*

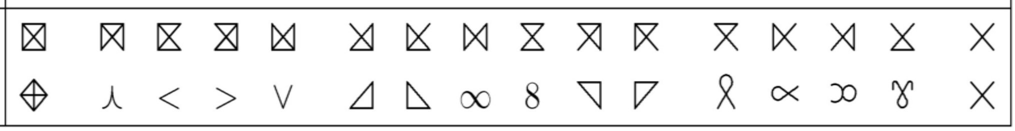
Fuente: elaboración propia

Aunque no se trata estrictamente de anticipos, bajo este rótulo pueden incluirse algunas ideas de Peirce que fueron desarrolladas de manera simultánea por otros matemáticos pero con un enfoque totalmente diferente. También en estos casos la historia de la matemática suele favorecer a los otros autores y omitir a Peirce. Tal es el caso, por ejemplo, de la enumeración de los números racionales: en la inmensa mayoría de los cursos y los textos de teoría de conjuntos se repite el procedimiento ideado por Cantor mientras el algoritmo propuesto por Peirce es prácticamente desconocido (Peirce, 1976, v.3, 910).

Un tercer grupo de trabajos lógico-matemáticos de Peirce está constituido por lo que podrían denominarse *latencias*. Se trata de ideas que no han ingresado al corpus matemático directamente, que no han sido reproducidas por otros investigadores y que quizás nunca alcancen un gran impacto por haber pasado el momento oportuno, pero que sin duda tienen un inmenso potencial matemático. Un ejemplo es la notación de Peirce para los conectivos proposicionales binarios, un sistema completo de signos, de uso fácil, que revela insospechadas simetrías en la lógica proposicional (Oostra, 2004a). Si bien, en la segunda mitad del siglo XX, Shea Zellweger diseñó una notación similar, con algunas ventajas respecto a la de Peirce, ninguna de las dos ha sido usada por la comunidad matemática y su potencial sigue sin ser explotado (Clark & Zellweger, 1993).

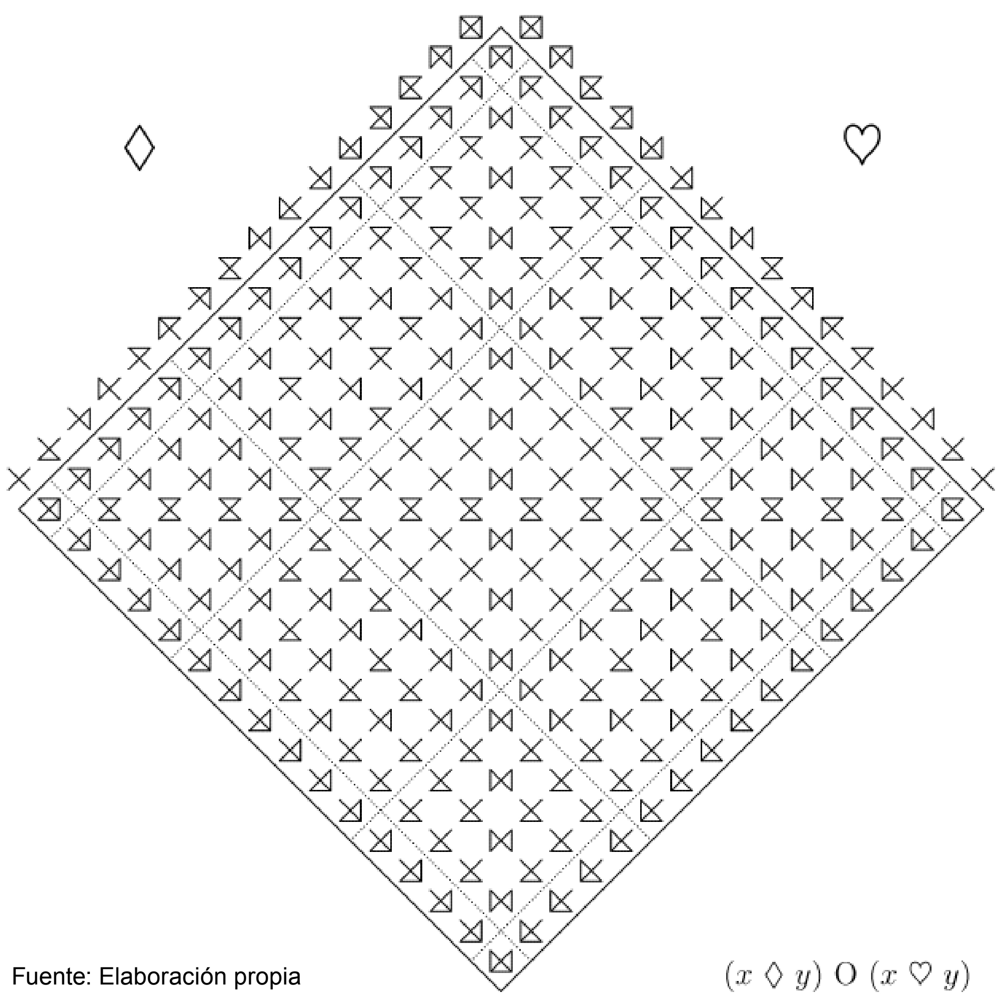
Figura 5. La notación de Peirce para los conectivos

VV	F	F	F	F	V	V	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V
VF	F	F	F	V	F	V	F	F	V	V	F	V	F	V	V	V
FV	F	F	V	F	F	F	V	F	V	F	V	V	V	F	V	V
FF	F	V	F	F	F	F	F	V	F	V	V	V	V	V	F	V



Fuente: Elaboración propia

Figura 6. Método de Peirce para encontrar tautologías



Fuente: Elaboración propia

$(x \lozenge y)\ \mathrm{O}\ (x \heartsuit y)$

Otro gran trabajo matemático que permanece latente es la versión gráfica de la lógica de relativos, los gráficos existenciales. Aunque existen varios estudios, como una tesis doctoral (Zeman, 1964) y un par de textos (Roberts, 1973; Shin, 2002), no parece cercano el día en que estos gráficos sean utilizados de manera generalizada por la comunidad matemática. Ya existe claridad acerca de la equivalencia de los gráficos alfa con la lógica proposicional clásica, y de los gráficos beta con la lógica de primer orden, pero las modalidades de los gráficos gama y de los gráficos tinturados no han sido investigadas plenamente.

Finalmente, una latencia que aparece del todo en estado de hibernación es la lógica del continuo (Peirce, 1992), de la cual hasta ahora solo se conocen un par de estudios (Zalamea, 2001 y 2003). La matemática actual, empedernida con el continuo cantoriano y buscando más los problemas específicos que las ideas generales, por ahora difícilmente perseguirá el continuo peirceano.

Cabe mencionar aquí una manera totalmente sorprendente en la que los trabajos de Peirce están ejerciendo influencia en la matemática: a través de su enseñanza. La educación matemática constituye una disciplina pujante que ha encontrado en la semiótica de Peirce una fuente de ideas sólidas (Anderson *et al.*, 2003).

3.2 Problemas matemáticos abiertos

Aunque la revisión y la divulgación de los anticipos y aportes de Peirce a la matemática es una tarea interesante e importante, los verdaderos problemas matemáticos en la lógica peirceana se centran en sus latencias. En este caso, el reto consiste en revitalizar y luego desarrollar las ideas de Peirce para aplicarlas a la solución de problemas abiertos en la actualidad.

En primer lugar está el problema de desarrollar los gráficos existenciales allende las ideas iniciales de Peirce. En el pasado, los (escasos) estudios sobre estos gráficos se han centrado en mostrar la equivalencia con los sistemas lógicos tradicionales, pero quizás resultaría más productivo dejar esa atadura e intentar investigarlos de manera independiente como un sistema lógico en sí mismo. Una vez consolidado tal sistema, en una etapa posterior sí podrían buscarse empalmes, no solo con las lógicas conocidas sino también con la teoría de categorías, la topología y la variable compleja (Zalamea, 2007).

El segundo programa de investigación, planteado con más detalles por Zalamea (2001), consiste en construir un modelo matemático del continuo peirceano. Esto es, se busca un modelo matemático "concreto" que de alguna manera cristalice las propiedades distinguidas en el continuo conceptual de Peirce. Ningún modelo puede ser único ni último, luego, la tarea consiste en iterar los pasos siguientes en lo que, más que un ciclo vicioso, es una espiral siempre ascendente.

1. Abducción. Construir un modelo proponiendo axiomas formales para las propiedades globales del continuo.
2. Deducción. Obtener consecuencias de la combinación de los axiomas propuestos.
3. Inducción. Contrastar el modelo propuesto con los demás modelos para el continuo: los modelos elaborados en iteraciones anteriores de esta espiral; el continuo de Cantor; los principales modelos no cantorianos presentados durante el siglo XX.

Como contexto para comenzar esta espiral se propone la teoría de categorías; como instrumentos se sugieren, inicialmente, la lógica de los haces de Caicedo y la teoría de alegorías de Freyd.

El tercer problema que puede plantearse es una amalgama. No es difícil ver profundas semejanzas conceptuales entre la hoja de aserción (fundamento de los gráficos existenciales), el continuo peirceano y las superficies de Riemann (una de las ideas matemáticas más significativas del siglo XIX). En la medida en que se desarrolle el estudio y la formalización de los gráficos existenciales y del continuo, con seguridad pueden irse precisando esas semejanzas que sin duda producirán nuevas ideas y podrán aplicarse a nuevos problemas (Zalamea, 2007).

Conclusiones

El análisis de los aportes técnicos de Peirce hace emerger su figura como un científico y, más específicamente, como un matemático activo. Algunos de sus trabajos en lógica matemática fueron absorbidos por la ciencia matemática y otros fueron redescubiertos años o décadas después. Aun así, en el legado peirceano subsisten ideas matemáticas importantes que podrían aplicarse con éxito a problemas actuales de esta ciencia.

Es evidente que los problemas abiertos, planteados alrededor de la lógica matemática de Peirce son formidables. Pero aunque su solución final resulte inalcanzable, ellos pueden constituirse en un faro que permita fijar el rumbo de muchas investigaciones locales conducentes a soluciones parciales.

Bibliografía

Anderson, Myrdene, *et. al.* (2003). *Educational perspectives on mathematics as semiosis: from thinking to interpreting to knowing*. Toronto: Legas, 364 p.

Brady, Geraldine. (2000). *From Peirce to Skolem. A neglected chapter in the history of Logic*. Amsterdam: North-Holland, 625 p.

Burch, Robert W. (1991). *A peircean reduction thesis: the foundations of topological Logic*. Lubbock: Texas Tech University Press, 152 p.

Clark, Glenn & Shea Zellweger. (1993). "Let the mirrors do the thinking", *Mount Union Magazine, 93.* Alliance (Ohio), pp. 2-5.

Houser, Nathan; Roberts, Don D. y Van Evra, James (Eds.). (1997). *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce*. Bloomington e Indianapolis: Indiana University Press, 653 p.

Ketner, Kenneth L. (2001). "Carolyn Eisele (1902–2000)", *Transactions of the Charles S. Peirce Society, 37.* New York, pp. 475-489.

Oostra, Arnold. (2006). "Peirce y la matemática", *Revista Anthropos, 212.* Barcelona, pp. 151-159.

_________. (2004a). "La notación diagramática de C. S. Peirce para los conectivos proposicionales binarios", *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias, 28*. Bogotá, pp. 57-70.

_________. (2004b) "C. S. Peirce y el Análisis: una primera lectura de *El Continuo Peirceano*", *Boletín de Matemáticas - Nueva Serie,11*. Bogotá, pp. 19-30.

_________. (2003). "Acerca del artículo *On the Logic of Number*, de Charles S. Peirce", *Boletín de Matemáticas - Nueva Serie, 10*. Bogotá, pp. 14-21.

_________. (2001). "Los diagramas de la matemática y la matemática de los diagramas", *Boletín de Matemáticas - Nueva Serie, 8*. Bogotá, pp. 1-7.

Peirce, Charles S. (2007). *La lógica considerada como semiótica*. (Trad. y ed.: Sara Barrena). Madrid: Biblioteca Nueva, 162 p.

Peirce, Charles S. (1992). *Reasoning and the Logic of Things: The Cambridge Conferences Lectures of 1898*. (Ed.: Kenneth L. Ketner). Cambridge (Massachussets): Harvard University Press, 297 p.

_________. (1982). *Writings of Charles S. Peirce: A Chronological Edition*. (Eds.: Fisch, Max H. *et al*.). Bloomington e Indianapolis: Indiana University Press, 6 vols.

_________. (1976). *The new elements of mathematics*. (Ed.: Carolyn Eisele). Den Haag: Mouton, 4 vols.

_________. (1931). *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*. (Eds.: Charles Hartshorne y Paul Weiss). Cambridge (Massachusetts): Harvard University Press, 6 vols.

Roberts, Don D. (1973). *The Existential Graphs of Charles S. Peirce*. Den Haag: Mouton, 168 p.

Shin, Sun-Joo. (2002). *The Iconic Logic of Peirce's Graphs*. Cambridge (Massachusetts): MIT Press, 208 p.

Thibaud, Pierre. (1982). *La Lógica de Charles Sanders Peirce: Del Álgebra a los Gráficos*. Madrid: Paraninfo, 199 p.

Zalamea, Fernando. (2007). "Ostruzioni e passaggi nella dialettica continuo / discreto: Il caso dei Grafi Esistenziale e della Logica dei Fasci", *Dedalus – Rivista di scienza, filosofia, cultura, 2*. Milano, pp. 20-25.

_________. (2003). "Peirce's logic of continuity: existential graphs and non-cantorian continuum", *The Review of Modern Logic, 9*. Milwaukee (Wisconsin), pp. 115-162.

_________. (2001). *El Continuo Peirceano*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 138 p.

_________. (1993). "Una jabalina lanzada hacia el futuro: anticipos y aportes de C. S. Peirce a la lógica matemática del siglo XX", *Mathesis, 9*. Ciudad de México, pp. 391-404.

Zeman, J. Jay. (1964). *The Graphical Logic of C. S. Peirce*. Tesis para optar el título de Doctor of Philosophy. University of Chicago, 186 p.