

# Proyección de la TIR del inversionista a través de ecuaciones lineales



## Julián Alberto Pareja Vasseur

Administrador de Negocios, Especialista en Finanzas,  
Docente Departamento de Finanzas Universidad EAFIT.  
jparejav@eafit.edu.co.

## Maribel Serna Rodríguez

Administradora de Negocios, Especialista en Finanzas,  
Magíster en Ciencias de la Administración, Docente  
Departamento de Finanzas Universidad EAFIT.  
mserna@eafit.edu.co.

Recepción: 29 de abril de 2008 | Aceptación: 16 de octubre de 2008

## Resumen

Con este artículo se pretende demostrar cuáles son los factores que sirven como base para calcular o proyectar la rentabilidad del inversionista, considerando solamente el efecto de apalancamiento financiero, sin recurrir a la aplicación de la herramienta más básica que es la Tasa Interna de Retorno (TIR) como metodología tradicional de trabajo. Antes de presentar dicha fórmula, principal aporte del escrito, se describe en qué consiste el término apalancamiento financiero y cómo su aplicación redundará en un beneficio directo y cuantificable para el inversionista. Se considera un análisis con la forma de pago más básica del pasivo financiero: intereses y capital al final del plazo, correspondientes a una primera aproximación en pro de encontrar una serie de ecuaciones no lineales que permitan proyectar la TIR del inversionista sujeta a  $n$  variables. Se asume que no existen los impuestos, ni efecto del beneficio tributario, así como los costos de quiebra y los de agencia.

## Palabras Clave

Apalancamiento financiero  
negativo y positivo  
TIR inversionista  
TIR inversión  
Flujos de caja  
Análisis de sensibilidad

## Projection of TIR (Spanish abbreviation standing for Internal Rate of Return) of the investor through linear equations

### Abstract

This article seeks to present the factors that serve as a basis to calculate or project the investor's profitability, taking only into account the financial leverage effect. It avoids the use of the most basic tool, the Internal Rate of Return (TIR), as the traditional methodology of work. Before presenting such formula, which is the main contribution of this article, the meaning of the term *financial leverage* is presented, as well as the way its application will be of direct and quantifiable advantage to the investor. An analysis of the most basic way of payment of the financial liabilities is entered into consideration: Interest and capital at the end of the term, which corresponds to a first approach to find a series of non-linear equations that allow the projection of the investor to be subjected to  $n$  variables. It is assumed that taxes do not exist, neither the effect of the tributary benefit, nor bankruptcy and agency costs.

### Key words

Negative and positive financial leverage  
TIR investor  
TIR investment  
Cash flows  
Analysis of sensitivity

### 1. Acerca del término apalancamiento financiero

**C**uando una persona considera la posibilidad de tomar recursos en calidad de préstamo, o combinar sus propios recursos con créditos, para llevar a cabo una inversión, es de vital importancia conocer el concepto del *apalancamiento financiero*. Se parte de tener un claro conocimiento de la desigualdad, en términos porcentuales, que se presenta entre el costo financiero<sup>1</sup> de una fuente de financiación y la rentabilidad que genera una inversión, para poder saber si ella se debe o no llevar a cabo con recursos de terceros.

### 2. Un ejemplo de palanca financiera

Considere que el día de hoy, enero 1 de 2009, usted desea adquirir 1000 acciones de Almacenes Éxito S.A, cada una de las cuales tiene un precio de compra equivalente a \$4.000 por acción. Usted decide mantener esta inversión durante un

período de un año, momento en el cual la suma de dinero por la cual puede cerrar la inversión es de \$5.000 por título el día 31 de diciembre de ese año. Para efectos de lograr una mayor facilidad en el tratamiento del tema, se considerará que la tenencia de este título no genera ningún tipo de dividendos<sup>2</sup>, al igual que se asume el no pago por concepto de comisión<sup>3</sup> en el mercado secundario.<sup>4</sup>

<sup>2</sup> El término Dividendo corresponde a la retribución proporcional, generada sobre el capital invertido en una entidad, debido a los beneficios obtenidos, por la empresa, sobre dicho capital en un período de tiempo determinado. Este pago depende del número de acciones que el inversionista posea en la organización, pues los pagos, se establecen, por decisión de la asamblea general de accionistas, como una suma precisa de dinero por acción o como una cantidad específica de acciones.

<sup>3</sup> La comisión corresponde a un pago adicional que se debe hacer en un momento particular, hállese de una alternativa determinada de inversión o de financiación. En el primer caso, dicho pago está definido como la contraprestación generada, por parte del inversionista a un comisionista de bolsa, ya sea al ejecutar una orden de compra o venta de títulos valores negociables en la Bolsa de Valores, al asesorar en la compra o venta de los mismos, o por administrar dichos títulos. Y la segunda se refiere al pago adicional que se debe efectuar a la institución financiera como contraprestación al otorgamiento del crédito.

<sup>4</sup> El Mercado secundario es el conjunto de instituciones que permiten el traspaso o la transferencia de la propiedad de

<sup>1</sup> Para este caso se asumirá que el costo financiero de la fuente de financiación es equivalente a la tasa interna de retorno (TIR).

El cálculo de la TIR se desarrolla de la siguiente forma:

**Tabla 1.** Flujo de caja de la inversión

Período	Flujo de caja de la inversión
Fc (C)	-4000000
Fc (1)	5000000
TIR% (Anual)	25%

Fuente: Cálculos del autor.

Al observar (Tabla 1), que la inversión en este título genera una rentabilidad del 25% anual, esta persona se verá impulsada a llevarla a cabo, debido a que supera sus expectativas en cuanto a la tasa mínima de rentabilidad requerida para este caso 23% anual, pero se encuentra con un inconveniente: no cuenta con los recursos necesarios para hacerlo.

Es así como decide fondearse. Lo hace mediante un préstamo equivalente, por lo menos, al

50% de la inversión, ya que actualmente tiene disponibles \$2.000.000. Para el escenario número uno se tomarán como condiciones del préstamo las siguientes: tasa de interés del 20% anual, amortización del capital al final y un plazo correspondiente a un año.

Para poder observar cuál es el efecto que tiene el asumir deuda sobre la rentabilidad de la inversión (es decir, el efecto apalancamiento), se hace necesario construir el flujo de caja del inversionista.

De acuerdo con la Tabla 2, se puede inferir lo siguiente: la rentabilidad para el inversionista se aumenta en cinco puntos (pasa del 25% al 30% anual) cuando él decide llevarla a cabo mediante la combinación de recursos propios (50% de la inversión) y recursos de terceros (50% restante). Así, se nota que será provechoso para el inversionista que el costo financiero del crédito (20% anual) no supere la rentabilidad generada por la inversión (25% anual), ya que el tomarlo hará que la rentabilidad del inversionista (30% anual) presente un aumento (lo cual se denomina apalancamiento financiero positivo).

**Tabla 2.** Flujo de caja del inversionista con financiación del 50%, pago de capital y del interés al final del plazo

Período	Flujo de caja de la inversión	Flujo de caja del crédito	Flujo de caja del inversionista
Fc (C)	-4000000	2000000	-2000000
Fc (1)	5000000	-2400000	2600000
TIR% (Anual)	25%	20%	30%

Fuente: Cálculos del autor.

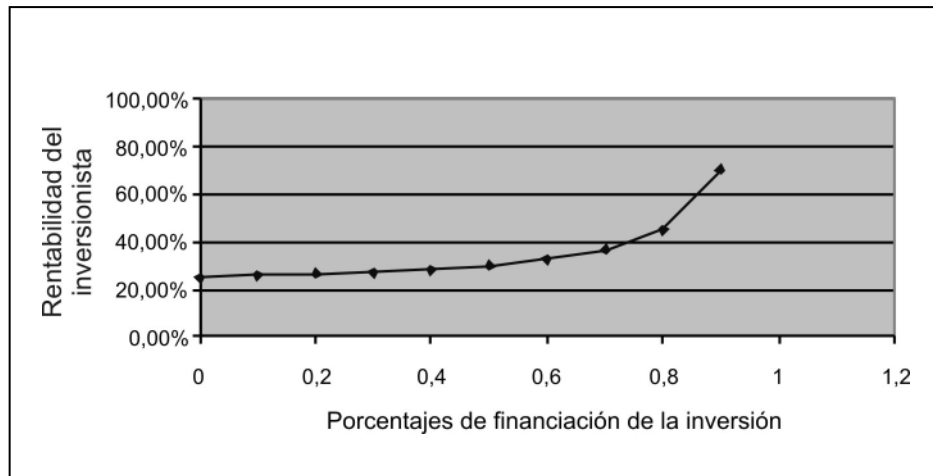
### 3. Ecuación matemática que permite proyectar la TIR del inversionista

Con el presente apartado se tiene por objetivo exponer el principal aporte de este escrito: las ecuaciones a partir de las cuales puede obtenerse la TIR del inversionista sin tener que recurrir a la estructuración del flujo de caja del mismo. Para ello es necesario considerar que el comportamiento que presenta la TIR

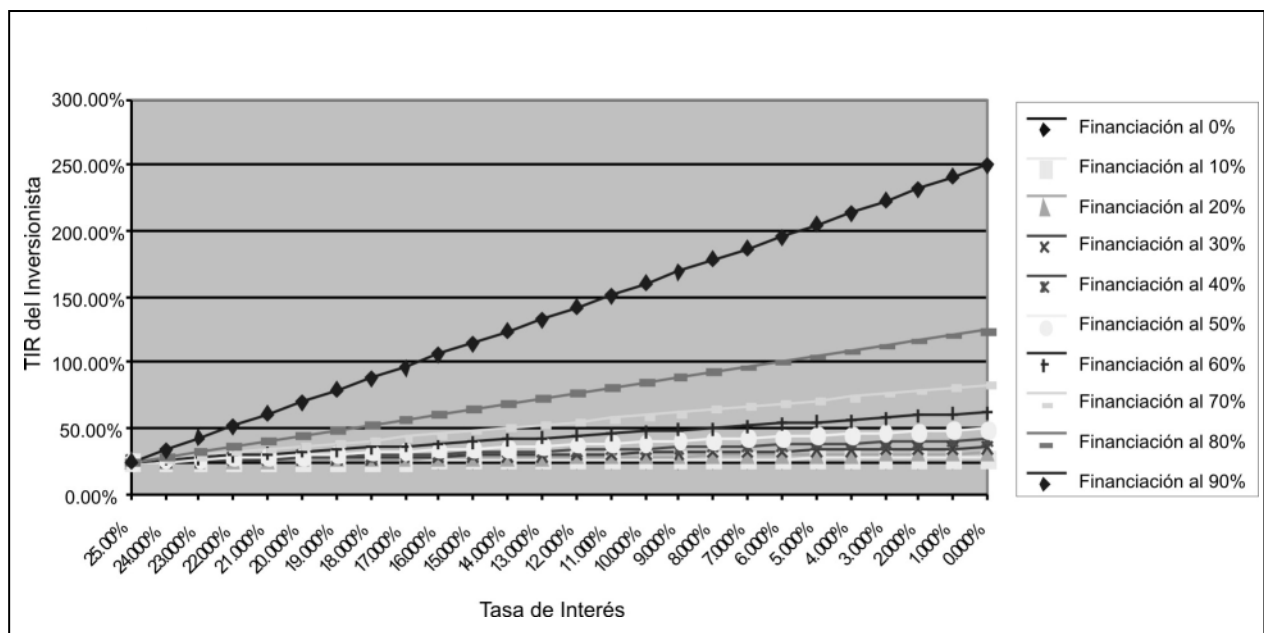
los títulos ya colocados en el mercado primario, es decir, que es a este mercado al que acuden los inversionistas para obtener liquidez, debido a la necesidad que ellos, en cierto momento, pueden tener sobre la suma de dinero invertida en una alternativa de inversión.

del inversionista, frente a variaciones en el porcentaje de financiación de la inversión, manteniendo una tasa de interés estable, es de tipo exponencial (Figura 1). Si la TIR se analiza asumiendo un porcentaje de financiación estable y teniendo en cuenta diferentes tasas de interés del pasivo, dicho comportamiento será de tipo lineal (Figura 2).

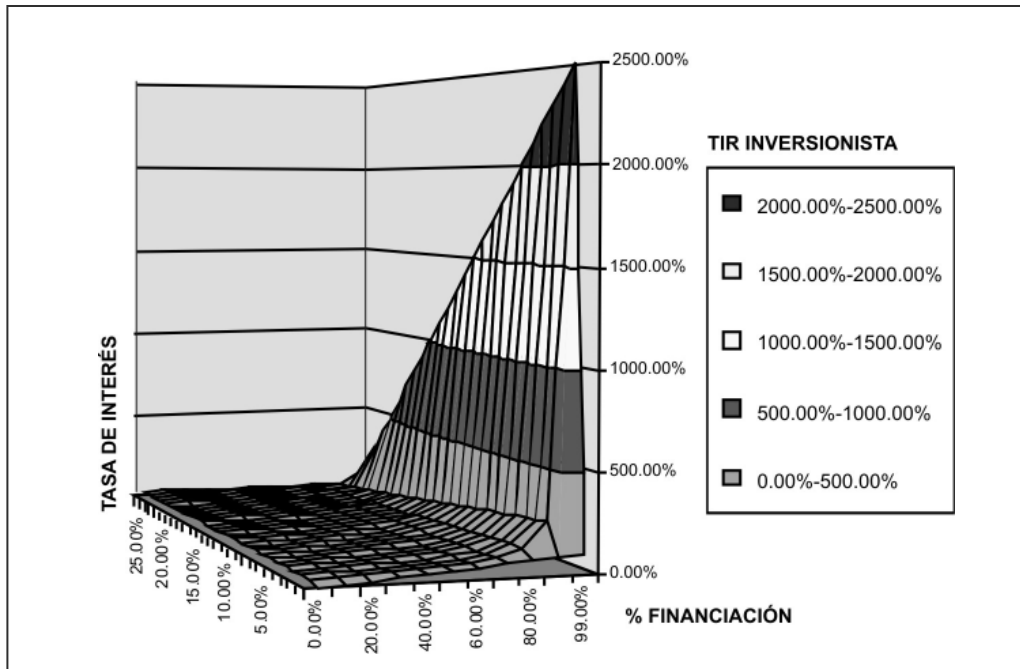
**Figura 1.** Comportamiento de la rentabilidad del inversionista para diversos porcentajes de financiación y pago del capital y del interés al final del plazo



**Figura 2.** Comportamiento de la TIR del inversionista con diferentes tasas de interés a diversos porcentajes de financiación



**Figura 3.** Superficie que modela el comportamiento de la TIR del inversionista en función de los porcentajes de financiación y la tasa de interés



De las anotaciones anteriores se sabe, hasta el momento, que la proyección de la TIR está en función de dos variables (porcentaje de financiación y tasa de interés). En la Figura 3 presenta la superficie que modela dicho comportamiento.

Cada una de las rentabilidades del inversionista, representadas en los gráficos anteriores, pueden obtenerse por medio de modelos de tipo lineal y no lineal. Así, si se quisiera encontrar aquella TIR del inversionista que se genera con un porcentaje de financiación del X%, asumiendo diversas tasas de interés, el proceso a seguir, según lo expuesto, sería construir el flujo de caja del inversionista y encontrar la TIR del mismo.

Por ejemplo, si se deseara calcular la rentabilidad del inversionista suponiendo un porcentaje de financiación del 60% y una tasa de interés del 13% anual, sería necesario inicialmente construir el flujo de caja correspondiente. En la Figura 2 se observa que el comportamiento de la TIR del inversionista, cuando se considera un determinado porcentaje de financiación (que se asume como estable) y diferentes tasas de interés, es lineal. De este modo, puede formularse la siguiente ecuación matemática a partir de la cual se calcula dicho valor sin necesidad de la construcción del flujo de caja.

$$TIR(I) \text{ con fin del } X\% \text{ y } TI Y\% = \left( \left[ \frac{TIR(I) \text{ con fin del } X\% \text{ y } TI Y\% - TIR(P)}{TI Y\% - TIR(P)} \right] * (TI Y\% - TIR(P)) \right) + TIR(P) \quad [1]$$

Donde, TIR(I) con fin. del X%: TIR del inversionista con una financiación X%, donde  $0\% \leq X\% < 100\%$

TIR(P): TIR del proyecto

TI Y%: Tasa de interés del Y%, donde  $Y\% \geq 0\%$

La relación  $\left[ \frac{TIR(I) \text{ con fin del } X\% \text{ y } TI Y\% - TIR(P)}{TI Y\% - TIR(P)} \right]$  correspon-

de a la pendiente de la TIR del inversionista al considerar diversas tasas de interés y un porcentaje de financiación específico. El lector deberá recordar que la pendiente de una línea recta está definida como  $\left( \frac{Y2 - Y1}{X2 - X1} \right)$ . Para poder calcular la pendiente, es necesario determinar la TIR del inversionista para una financiación y una tasa de interés particular (TIR(I) con financiación del X% y TI Y%).

Si se pretende calcular la TIR del inversionista para un porcentaje de financiación del 60% y una tasa de interés del 13% acudiendo a la ecuación [1], se hace necesario obtener inicialmente la TIR del inversionista bajo cualquier tasa de interés para el crédito respectivo.

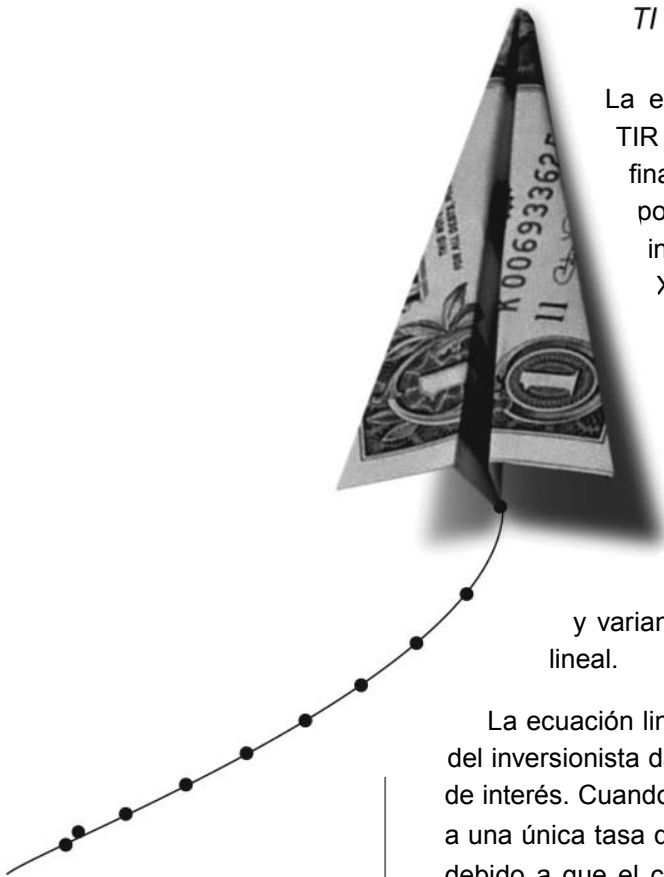
$$\text{Pendiente de la recta } (m) = \left[ \frac{52\% - 25\%}{7\% - 25\%} \right] = -1.5$$

*TIR(I) con financiación del 60% y*

$$TI 13\% = [-1.5] * (13\% - 25\%) + 25\% = 43\%$$

La ecuación [1] permite realizar la proyección de la TIR del inversionista tomando un único porcentaje de financiación y diversas tasas de interés para dicho porcentaje, es decir, la proyección de la TIR del inversionista con un porcentaje de financiación del X% y una tasa de interés del Z%, en donde Z% está entre el 0% y el 99,99% inclusive. Vale aclarar que esta ecuación no se puede utilizar para elaborar dicha proyección si se tiene una tasa de interés Z% a partir de la cual se desea conocer la TIR del inversionista asumiendo diversos porcentajes de financiación. La ecuación [1] es de tipo lineal, y el comportamiento de la TIR del inversionista con el supuesto de una misma tasa de interés y variando los porcentajes de financiación es de tipo no lineal.

La ecuación lineal [1] solo permite hacer la proyección de la TIR del inversionista dada una financiación específica a diferentes tasas de interés. Cuando se desea proyectarla variando las financiaciones a una única tasa de interés, la proyección no podría llevarse a cabo debido a que el comportamiento de la TIR deja de ser lineal para expresarse exponencialmente. Así, se hace necesario construir una nueva ecuación que posibilite realizar dicha proyección. Es la que sigue.



$$TIR(I) = \left\langle \left( (TIR(P) - TI Y\%) * \left[ \frac{\% Financiaci3n}{1 - \% Financiaci3n} \right] \right) + TIR(P) \right\rangle * 100 \quad [2]$$

Donde,

TIR(I): TIR del inversionista

TIR(P): TIR del proyecto

TI Y%: Tasa de inter3s del Y%, donde  $Y\% \geq 0\%$ .

% financiaci3n: proporci3n de la inversi3n que se est3 financiando con dicho pasivo, el cual puede oscilar entre el 0% y el 99,99%.

Esta ecuaci3n [2] permite realizar proyecciones de tipo lineal y no lineal. As3, por ejemplo, si se deseara conocer la TIR del inversionista suponiendo que este financiar3 un total de la inversi3n equivalente al 60% o al 70% y asumiendo que la tasa de inter3s del cr3dito es del 13% anual,<sup>5</sup> los valores obtenidos ser3an los siguientes:

$$TIR(I) \text{ financiaci3n del } 60\% = \left\langle \left( (0.25 - 0.13) * \left[ \frac{0.60}{1 - 0.60} \right] \right) + .25 \right\rangle * 100 = 43\%$$

$$TIR(I) \text{ financiaci3n del } 60\% = \left\langle \left( (0.25 - 0.17) * \left[ \frac{0.60}{1 - 0.60} \right] \right) + .25 \right\rangle * 100 = 37\%$$

De igual forma, si se quisiera conocer la TIR de inversionista con un porcentaje de financiaci3n del 60% y tasas de inter3s del 13% y del 17% anual,<sup>6</sup> los resultados ser3an:

$$TIR(I) \text{ financiaci3n del } 60\% = \left\langle \left( (0.25 - 0.13) * \left[ \frac{0.60}{1 - 0.60} \right] \right) + .25 \right\rangle * 100 = 43\%$$

$$TIR(I) \text{ financiaci3n del } 60\% = \left\langle \left( (0.25 - 0.17) * \left[ \frac{0.60}{1 - 0.60} \right] \right) + .25 \right\rangle * 100 = 37\%$$

Las dos ecuaciones formuladas en este art3culo no est3n considerando la capacidad de generaci3n de flujos de caja que tiene el individuo para poder responder por el pasivo financiero que asume. El tema del apalancamiento financiero despierta un gran inter3s en los autores, por ello se quiere

indicar al lector que el objetivo es seguir abordando el tema en art3culos posteriores, en los cuales no solamente se tendr3n en cuenta formas adicionales del pago del pasivo, sino tambi3n lo atinente a la capacidad de pago del respectivo inversionista. Sea esta la oportunidad para empezar a trabajar un tema de gran inter3s.

<sup>5</sup> Caso de tipo lineal aplicado a la ecuaci3n [2].

<sup>6</sup> Caso de tipo lineal aplicado a la ecuaci3n [2].



## Agradecimientos

Los autores desean expresar sus más sinceros agradecimientos a Natalia Serna Rodríguez y a Ulises Cárcamo, amigos que colaboraron en el desarrollo de este artículo.

## Conclusiones

No solo se trató de abordar, de una manera profunda, el término del apalancamiento financiero, también se mostró al lector que el cálculo de la TIR del inversionista puede llevarse a cabo utilizando las ecuaciones propuestas en el apartado 3, lo cual implica no recurrir a la metodología de la estructuración de los flujos de caja y el respectivo despeje de la tasa, que hacen iguales los ingresos y egresos en un mismo período de tiempo, es decir la TIR.

En consecuencia, las principales conclusiones que se pueden extraer a partir del tratamiento del tema son las siguientes:

El apalancamiento financiero, opera de forma positiva, cuando el rendimiento que se genera por determinada alternativa de inversión es mayor que el costo financiero de la fuente de financiación. Operar de forma positiva implica que el rendimiento que obtiene el inversionista se verá favorecido, es decir, que el rendimiento se aumenta, por la decisión que se toma de recurrir a dicha alternativa de financiación.

El apalancamiento financiero, opera de forma negativa, cuando el rendimiento generado por una determinada alternativa de inversión es menor que el costo financiero correspondiente a una específica alternativa de financiación. Operar de forma negativa implica que el rendimiento que alcanza el inversionista se verá desfavorecido, es decir, que el rendimiento se disminuye, por la decisión que se toma de obtener dicha financiación.

El apalancamiento financiero, opera de forma neutra o neutral, cuando el rendimiento generado por una determinada alternativa de inversión es igual al costo financiero de la fuente de financiación.

El costo financiero de la fuente de financiación no se alterará por cambios en la forma de pago del capital y del interés.

Cuando el apalancamiento opera de forma positiva, se puede observar que entre mayor sea el porcentaje de financiación, mayor será la rentabilidad que obtiene el inversionista. De acuerdo con lo anterior, en determinado momento se podría pensar que la mejor alternativa está en financiarse al máximo posible (100%), caso en el cual se tendrá otra variable para tomar la mejor decisión. Esta corresponde a la capacidad de pago (flujos de caja necesarios para poder cubrir el servicio de la deuda) que se tiene con relación a dicha obligación. Todo lo contrario ocurre si se presenta una palanca financiera negativa.



La rentabilidad para el inversionista parte desde la TIR del proyecto, cuando este aporta sus recursos. La rentabilidad se proyectará desde esta TIR, hasta un valor infinito si se está considerando un apalancamiento financiero positivo, y un valor de menos infinito si se está presuponiendo un apalancamiento financiero negativo. Estos límites, de infinito y menos infinito, se presentan cuando la inversión se financia en un 100% o vía pasivo.

La relación que surge entre comparar los diferenciales que se presentan entre dos tasas de interés y la rentabilidad de la inversión, trabajando para cualquier tipo de apalancamiento financiero, posibilita establecer la relación que hay entre los diferenciales de rentabilidades del inversionista para cada uno de los apalancamientos financieros analizados.

La proyección de la TIR del inversionista está en función de tres variables: la tasa de interés de la deuda, porcentaje de financiación vía pasivo y el sistema de pago del capital y del interés. En este artículo se trabajó el sistema de pago correspondiente al abono al capital y del interés al final del plazo.

La proyección de la TIR del inversionista en función de la tasa de interés de la deuda y manteniendo el porcentaje de financiación estable es de tipo lineal.

La proyección de la TIR del inversionista en función de porcentaje de financiación y manteniendo la tasa de interés de la deuda estable, es tipo exponencial, siempre y cuando la tasa de interés de la deuda sea diferente a la TIR del proyecto.

Cuando la tasa de interés de la deuda es igual a la TIR del proyecto a diferentes porcentajes de financiación, la función también es de tipo lineal y corresponderá a una línea paralela al eje de las x (% de financiación).

La función que modela la TIR del inversionista, dependiente de la tasa de interés, el porcentaje de financiación y el sistema de abono a capital y de interés al final, es una superficie en la cual se combinan la función de tipo lineal y exponencial indicadas anteriormente.

La ecuación [1], que permite realizar la proyección de la TIR del inversionista asumiendo un porcentaje de financiación del X% y considerando la tasa de interés del Z%, es la siguiente:

$$TIR(I) \text{ con fin del } X\% \text{ y } TI Z\% = \left( \left[ \frac{TIR(I) \text{ con fin del } X\% \text{ y } TI Y\% - TIR(P)}{TI Y\% - TIR(P)} \right] * (TI Y\% - TIR(P)) \right) + TIR(P)$$

La ecuación [2], que permite realizar la proyección de la TIR del inversionista asumiendo una tasa de interés del z% y diversos porcentajes de financiación del x%, en donde x% está entre el 0% y el 99,99%, es la siguiente:

$$TIR(I) = \left\{ \left( (TIR(P) - TI Y\%) * \left[ \frac{\% \text{ financiación}}{1 - \% \text{ financiación}} \right] \right) + TIR(P) \right\} * 100$$

## Bibliografía

Besley, Scout y Eugene F. Brigham. (2001). *Fundamentos de Administración Financiera*. México: Mc Graw Hill 2001, 919 p.

Brigham, Eugene F. y Joel F. Houston. (2005). *Fundamentos de Administración Financiera*. México: Thomson, 831 p.

García, Jaime A. (2000). *Matemáticas financieras con ecuaciones de diferencia finita*. Bogotá: Pearson, 299 p.

Gitman, Lawrence J. (2003). *Principios de administración Financiera*. México: Pearson, 559 p.

Ross, Stephen *et al.* (2005). *Finanzas Corporativas* (7ª ed.). México: Mc Graw Hill 2005, pp. 155- 164.

Weston, J. Fred y Eugene F. Brigham. (1994). *Fundamentos de Administración Financiera*. Técnicas del presupuesto de capital. México: Mc Graw Hill, pp. 649 – 654.