



# Modelo Markoviano

## para el estudio de evolución de cohortes de estudiantes de un programa académico

Martha Eugenia Álvarez  
Ramiro Orrego

### RESUMEN

Los estudios sobre evolución de cohortes en educación pueden responder a múltiples intereses. La mayoría de ellos implementa los modelos para obtener resultados que sirvan en la toma de decisiones con el fin de planear recursos. El presente artículo expone la modelación mediante cadenas de Markov, de la evolución de las cohortes de estudiantes de Ingeniería Civil de la universidad EAFIT con el fin de obtener información que sirva para la administración pedagógica. Se interesa en el estudio de las líneas y materias que las conforman para las cuales se estableció la velocidad de flujo a la cual avanzan los estudiantes en el programa académico.

### 1. INTRODUCCIÓN

El estudio de evolución de cohortes en la educación ha tenido una larga trayectoria. Desde los años 50 se han venido dando estudios de este tipo, sin embargo no son muy numerosos. Los modelos implementados, hasta donde los autores

conocen, están enfocados de forma global y básicamente con fines administrativos, dentro de ellos se encuentran modelos determinísticos, modelos de regresión y cadenas de Markov. Se han llevado a cabo particularmente para satisfacer necesidades de proyección de nuevos estudiantes a diversos programas de una universidad, igualmente para analizar cómo evoluciona una cohorte con miras a proyectar supervivencia, porcentaje de estudiantes que se gradúan, etc.

En general la orientación de dichos estudios es de planeación de recursos, sin embargo aquellos orientados a dar alguna luz sobre los procesos pedagógicos, sobre lo que le ocurre a un grupo de estudiantes en el transcurrir de su formación académica, que muestren las dificultades o situaciones problemáticas, no son comunes. Adicionalmente, los retardos pueden causar problemas en el funcionamiento de un departamento académico, que pueden en última instancia, ser onerosos y trastornar la programación académica y la asignación profesoral.

Los autores quisieron probar si era válido un modelo Markoviano enfocado a la evolución de cohortes de estudiantes, pero aplicado en particular a la forma como evolucionan los estudiantes a través de las materias y a través de una línea o conjunto de materias que componen un área específica dentro de la formación profesional. Una cohorte es el conjunto de estudiantes distinguidos por haber entrado al primer nivel de la carrera por primera vez, en el mismo semestre académico.

MARTHA EUGENIA ÁLVAREZ VILLA. Ingeniera Industrial Universidad Nacional. Sede de Medellín. Especialista en Sistemas de Información Universidad EAFIT. Docente Tiempo Completo Area Métodos Cuantitativos, Departamento de Informática y Sistemas Universidad EAFIT. Email: ealvarez@eafit.edu.co

RAMIRO ORREGO POSADA. Ingeniero Industrial Universidad Nacional. Sede de Medellín. Especialista en Gerencia de la Calidad. Universidad EAFIT. Docente Tiempo Completo Area Métodos Cuantitativos, Departamento de Informática y Sistemas Universidad EAFIT. Email: rorrego@eafit.edu.co

Las cohortes se identifican con los primeros tres dígitos del código, según notación anterior al año 2.000

El estudio se enfocó sobre líneas que conforman el plan académico del programa Ingeniería Civil de la Universidad EAFIT. Se entiende por línea la secuencia máxima de materias relacionadas a través de pre-requisitos.

**Los autores quisieron probar si era válido un modelo Markoviano enfocado a la evolución de cohortes de estudiantes, pero aplicado en particular a la forma como evolucionan los estudiantes a través de las materias y a través de una línea o conjunto de materias que componen un área específica dentro de la formación profesional.**

Para cada línea se determinaron las materias que la conforman y se estudió la velocidad promedio a la cual una cohorte avanza dentro del pensum establecido, mostrando los retrasos promedios en las materias y en la línea correspondiente. La línea que mayor relación presente entre su tiempo esperado de estadía y el número de materias que la conforman - tal relación es llamada coeficiente de fricción - se considera la más crítica del programa.

Así mismo se estudió cómo evolucionan las cohortes estableciendo los porcentajes de estudiantes de la cohorte original que se retrasan en cada materia y de aquellos que no lo hacen.

La praxis docente con énfasis investigativo, es parte fundamental del quehacer de un docente, ello permite el conocimiento de la población de educandos, para orientar las decisiones con relación a modelos pedagógicos y tipos de evaluación. Se considera que la investigación hecha se reviste de vital importancia para apoyar los procesos de mejora en pedagogía. Las preguntas ¿Qué?, ¿Por qué?, ¿Dónde?, ¿Cuándo? son fundamentales en cualquier proceso de mejora continua, el docente las debe hacer y tratar de responder.

Por lo anterior, los objetivos específicos perseguidos en el estudio son determinar:

1. El tiempo promedio (en semestres) que un estudiante pasa en cada materia.
2. La velocidad promedio del flujo de los estudiantes a través de cada línea.
3. Rezago o retraso promedio total por línea.
4. Coeficiente de fricción o criticidad de las líneas.

El resto de este artículo está estructurado así: en la sección dos se habla de las condiciones del estudio en cuanto a la estructura académica y el período de tiempo considerado, en la sección tres se describe el modelo utilizado para el análisis de la evolución de cohortes, en el aparte cuatro se describe la metodología seguida en el estudio, los resultados se presentan en la sección cinco, los análisis de los resultados en la seis y en la siete se presentan las conclusiones y recomendaciones.

## 2. CONDICIONES DEL ESTUDIO

### 2.1 Estructura Académica

El pensum bajo estudio ha evolucionado en el tiempo, han aparecido y desaparecido materias, algunas han cambiado de código, otras han subido o bajado de nivel programado en el plan de estudios de la carrera.

Se estudió el plan vigente desde 1997-1 el cual está constituido por 69 materias. En la historia de la carrera se encontraron 133 sinónimos entre las materias, ya sea porque cambiaron de código, de nombre o porque cambiaron contenidos en forma leve.

### 2.2 Período de Estudio Considerado

En un comienzo, se estudió la historia de la carrera desde el año 1980, sin embargo al analizar los cambios y la evolución del pensum, se optó por estudiar el programa a partir del semestre 1885-1 hasta el semestre 1998-2, puesto que al mirar el plan vigente de 1997 que se conocía al inicio de 1999, se observó que muchas materias de aquella época ya no existían.

## 3. MODELO MARKOVIANO

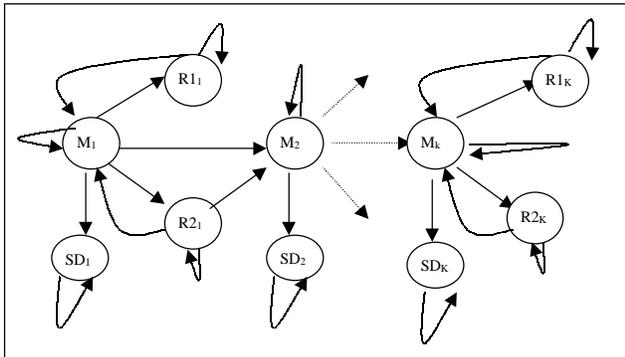
Con miras a obtener una mejor comprensión de dicha evolución, el estudio que se presenta utiliza el concepto de las cadenas de Markov. En forma somera, una cadena de Markov es el estudio de la sucesión de transiciones en el tiempo de un fenómeno aleatorio o estocástico, mediante el cual es posible estimar vectores de probabilidad de los estados del sistema en el futuro y el tiempo promedio de permanencia en cada estado. Los estados del sistema son los eventos en los que se encuentra el fenómeno, en cualquier instante de tiempo.

El modelo, en esencia, estudia el flujo de un estudiante en una línea de materias, donde él en la primera materia de una línea puede: ganarla y avanzar a la siguiente materia; ganarla y salir

temporalmente del programa (pedir reingreso o reintegro); ganarla y salir definitivamente del programa (deserción); perderla y repetirla; perderla y salir temporalmente del programa; perderla y salir definitivamente del programa, como lo indica el diagrama de estados en la Figura 1. Para dicho diagrama, se definen los siguientes estados:

- $M_{ij}$  : estudiante en la materia  $i$  de la línea  $j$ .  $i = 1, 2, \dots$ ;  $j: 1, 2, \dots$
- $R1_i$  : estudiante en estado de reingreso (admitido en la materia  $i$  después de salir involuntariamente del programa).
- $R2_i$  : estudiante en estado de reintegro (admitido en la materia  $i$  después de salir voluntariamente del programa).
- $SD_i$  : estudiante sale definitivamente del programa, en la materia  $i$ .
- $K$  : última materia de la línea  $j$ , que se toma como estado absorbente.
- $M_{k,j}$  : estudiante en la materia  $K$  de la línea  $j$ .

**FIGURA 1**  
Diagrama de estados del modelo considerado inicialmente, de la línea  $j$



**Reingreso:** evento en el cual un estudiante que ha salido involuntariamente de la universidad se reincorpora a ella, cambiando de código. El nueve en la cuarta posición del código del estudiante (notación anterior al 2.000), indica que es reingreso.

**Reintegro:** evento en el cual un estudiante que ha salido voluntariamente de la universidad se reincorpora a ella, cambiando de código. El ocho en la cuarta posición del código del estudiante (notación anterior al 2.000), indica que es reintegro.

Basados en la poca factibilidad de manejar el modelo anterior con la información arrojada por la base de datos, se replanteó el

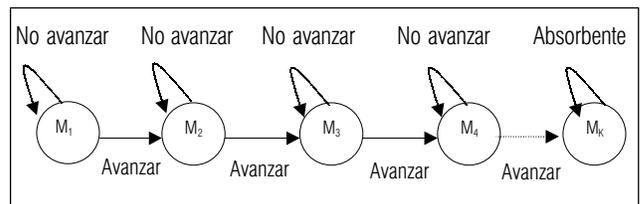
modelo, resultando uno más simple en el cual, las materias de una línea son los estados por los que pasa el estudiante. Se toma como estado absorbente la última materia de la línea o la graduación del estudiante. Se consideran la probabilidad de avanzar y la probabilidad de no avanzar, bajo el supuesto de trabajo continuo del estudiante.

**La praxis docente con énfasis investigativo, es parte fundamental del quehacer de un docente, ello permite el conocimiento de la población de educandos, para orientar las decisiones con relación a modelos pedagógicos y tipos de evaluación. Se considera que la investigación hecha se reviste de vital importancia para apoyar los procesos de mejora en pedagogía. Las preguntas ¿Qué?, ¿Por qué?, ¿Dónde?, ¿Cuándo? son fundamentales en cualquier proceso de mejora continua, el docente las debe hacer y tratar de responder.**

Avanzar es matricularse en el semestre  $t+1$  en la materia  $M_{t+1}$  dado que en el semestre  $t$  estuvo matriculado en la materia  $M_t$  de la línea  $j$ , con probabilidad de transición  $PA_{t,t+1}$ . En una línea  $j$  de  $K$  materias,  $t$  varía desde 1 hasta  $K$ . La probabilidad de no avanzar es equivalente a  $(1 - PA_{t,t+1})$ .

En la FIGURA 2. se aprecia el diagrama de estados del modelo finalmente propuesto:

**FIGURA 2**  
Diagrama de estados del modelo considerado finalmente, de la línea  $j$



Donde los estados correspondientes son:

- $M_t$  : el estudiante se encuentra en la materia  $t$ , de la línea  $j$ . Donde  $t: 1, 2, \dots, K$
- $K$  : la última materia de la línea, considerada como el estado absorbente.

La matriz de transición para una línea de K materias en particular queda definida:

**SEMESTRE T+1**

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	.	$M_k$	
<b>SEMESTRE T</b>	$M_1$	$1-PA_{12}$	$PA_{12}$	0	0	
	$M_2$	0	$1-PA_{23}$	$1-PA_{23}$	0	
	$M_3$	0	0	$1-PA_{23}$	$1-PA_{34}$	0
	.	0	0	0	$1-PA_{t,t+1}$	$1-PA_{t,t+1}$
	$M_k$	0	0	0	0	1

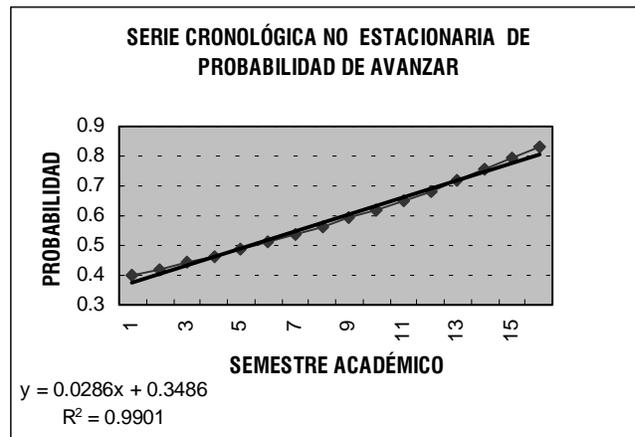
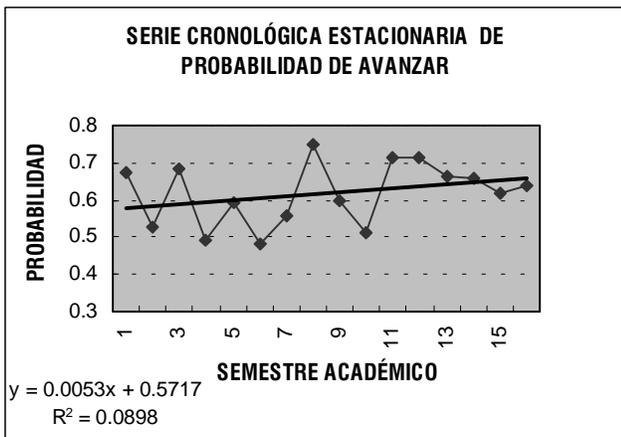
Los supuestos del modelo son:

1. Las probabilidades de avanzar son estacionarias, es decir, se mantienen constantes en el período contemplado en el estudio
2. La situación de los estudiantes en el tiempo t+1 depende sólo de su situación en el tiempo t y no de los tiempos anteriores.
3. La probabilidad de avanzar al siguiente nivel no depende del número de repitencias anteriores

Para validar los anteriores supuestos se hicieron las siguientes pruebas:

- Estimación de la tendencia de la serie cronológica del porcentaje de estudiantes que ganan cada asignatura, considerando la pendiente y el coeficiente de correlación r o el de determinación  $R^2$ . Al hacer la prueba de hipótesis tanto para la pendiente como para el coeficiente de correlación, con valor hipotético igual a cero, si éstos no son significativamente diferentes de cero, es decir, si no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, se considera que los porcentajes de estudiantes que ganan la materia no han cambiado significativamente en el tiempo y que la probabilidad de ganar la materia en estudio, es estacionaria. Tales porcentajes son una estimación frecuencial de la probabilidad de ganarla. La Figura 3 compara dos series cronológicas de probabilidades estacionarias y no estacionarias.

**FIGURA 3**  
**Comparación de dos series estacionaria y no estacionaria de probabilidad de avanzar**



- Matriz de correlaciones entre el porcentaje de estudiantes que ganan las materias secuenciales de una línea. Este análisis debe arrojar cuanto más, una correlación entre asignaturas consecutivas inmediatamente y ninguna entre las demás.
- Sin inducir un gran error se asume que la probabilidad de ganar una materia no se ve aumentada porque un estudiante haya repetido la precedente, ni disminuida porque haya ganado la anterior en la primera vez. Académicamente lo importante es que el estudiante tenga los conocimientos previos que se requieren, no importa cómo los logró.

Se aplicó el modelo para las líneas que se identificaron dentro del programa, las que se presentan en la Tabla 1.

**TABLA 1**  
**Líneas Identificadas en el Plan 1997- 1 de Ingeniería Civil**

	1	2	3	4	5	6	7	8	99	10	11
LINEA 1	CB020	IC023									
LINEA 2	CB020	IC041									
LINEA 3	CB020	IC041	IC043	GE071	IC038	IC047		IC062		IC067	
LINEA 4	CB011	CB112	CB113	IC018	IC100	IC020	IC033	IC014		IC052	
LINEA 5	CB011	CB112	CB113	ST008		ST104					
LINEA 6	CB011	CB112	CB113	IC018	IC038	IC047		IC062		IC067	
LINEA 7	CB011	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046			
LINEA 8	CB011	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC044				
LINEA 9	CB011	CB112	CB114	CB090	ST033	IC020	IC033	IC014		IC052	
LINEA 10	CB010	CB112	CB114	CB090	ST033	IC020	IC033	IC014		IC052	
LINEA 11	CB010	CB112	CB113	IC018	IC100	IC020	IC033	IC014		IC052	
LINEA 12	CB010	CB112	CB113	ST008		ST104					
LINEA 13	CB010	CB112	CB113	IC018	IC038	IC047		IC062		IC067	
LINEA 14	CB010	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046			
LINEA 15	CB010	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC103	IC097	PT061	IC059	IC049
LINEA 16	CB 010	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC044				
LINEA 17	CB011	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046			
LINEA 18	CB011	CB061	IM016	IC018	IC038	IC047		IC062	IC067		
LINEA 19	CB011	CB061	IM016	IC018	IC100	IC020	IC033	IC014		IC052	
LINEA 20	CB011	CB061	IM016	IC018	IC101	IC037	IC044				
LINEA 21	CB011	CB061	IM016	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046			
LINEA 22		HL150	HL152		HL064	HL060	HL154	HL1586			

#### 4. METODOLOGÍA

Se diseñaron las tablas necesarias para almacenar los datos ya depurados que se obtuvieron de la información primaria, de la cual hace parte un archivo plano fuente de información para los procesos de administración académica, sinónimos de las materias, diferentes planes de estudio que estuvieron vigentes durante la historia de Ingeniería Civil, información proporcionada por el Jefe de la Carrera y la Jefe de Admisiones y Registro. Luego de esto, se procedió a realizar el diseño relacional de la base de datos: claves primarias, claves foráneas, indexación, normalización de tablas e integridad referencial y del modelo relacional

Se determinaron entonces, las proporciones de estudiantes que avanzan en cada materia, por cohorte. Como ya se dijo, estas proporciones son estimaciones de las probabilidades de avanzar, de acuerdo con un enfoque frecuencial.

Se hizo la validación de los supuestos necesarios para conformar el modelo Markoviano; se planteó la matriz de transición para cada una de las líneas, en la forma como se bosquejó en el numeral 4. Finalmente, se desarrolló el modelo para obtener los resultados que satisfacen los objetivos perseguidos en el estudio.

## 5. RESULTADOS

En la Figura 4 se presenta el pensum de Ingeniería Civil con vigencia a partir de 1997-1, con información referente a nombre y código de asignatura, probabilidad de ganar y tiempo de estadía (expresado en semestres) de cada materia. La Tabla 2: Líneas y velocidad de flujo, muestra las líneas por donde circulan los estudiantes, identificadas en el programa, el tiempo promedio (semestres) en cada asignatura y el tiempo promedio total en la línea. Esto expresa la velocidad promedio del flujo.

La Tabla 3 presenta un resumen de los resultados del análisis del modelo Markoviano. Ellos son estadísticas de velocidad promedio de flujo organizadas por línea, tiempo promedio total y por rezago.

La Tabla 4 muestra los rezagos promedios acumulados hasta el nivel  $i$ , de cada línea.

## 6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Los resultados indican que la línea de mayor duración cubre todos los niveles académicos con un tiempo promedio de 12.862 semestres, es decir, que el rezago promedio para completar el plan de estudios es  $1,862 \approx 2$  semestres, considerando que los estudiantes no hacen proyecto de grado.

En las líneas se han considerado adicionalmente aquellas materias que son correquisitos y que inciden en la velocidad de flujo, exceptuando laboratorios. Se puede mirar el plan de estudios representado en la Figura 4, conocida en el medio universitario como “araña”, como una red para la cual se puede determinar la ruta de mayor duración.

El tiempo ideal (en semestres) para recorrer la línea será el número de materias contenidas en la línea; la diferencia entre

el tiempo promedio total y el número de materias, será el rezago o retraso promedio. El coeficiente de fricción es el rezago que aporta cada materia en promedio, al rezago de la línea.

En el momento de determinar los criterios que desaceleran el flujo de estudiantes, se tiene que la línea 15 tiene once materias que equivalen a los once niveles programados. Es entonces la duración promedio de esta línea la que da el tiempo total que un estudiante invierte en promedio en hacer su carrera. Bajo condiciones ideales, el estudiante debe emplear once semestres, por lo que el excedente es el rezago promedio para egresar. Pero que esta línea tenga la mayor duración no significa que sea la de mayor criticidad. El rezago acumulado de esta línea en el undécimo nivel (1.862) es equiparable al de la línea 21 en el tercero (1.845).

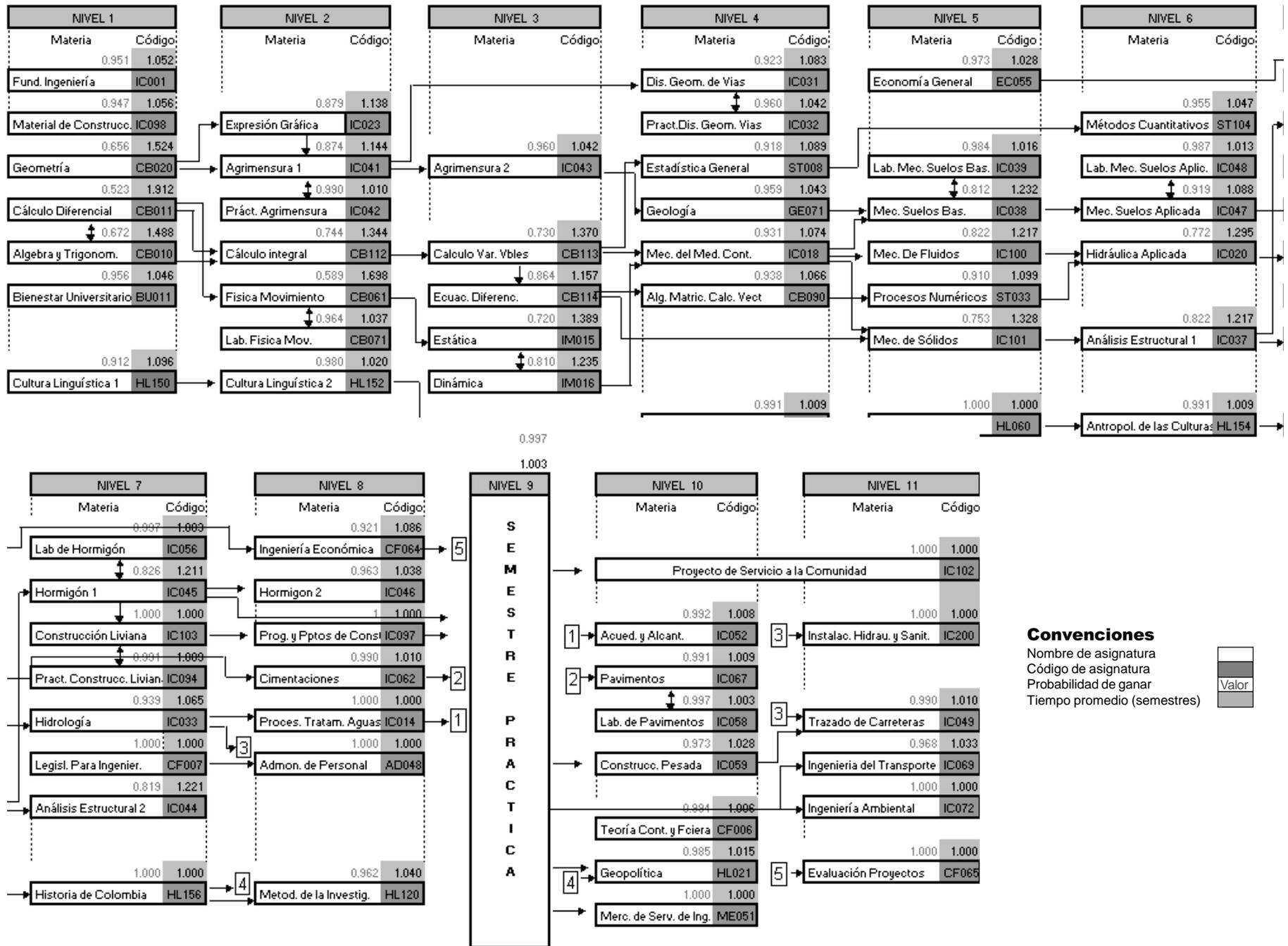
El concepto de tiempo promedio total no tiene en cuenta el número de materias incluidas en la línea, lo que hace que no sea un criterio definitivo para comparar líneas y con esto establecer los componentes críticos. Es necesario detenerse a mirar la clasificación por rezago promedio y el coeficiente de fricción, que tienen en cuenta el número de materias por línea.

¿En dónde entonces, se detiene o avanza más lentamente el flujo? ¿Qué importancia pedagógica representan los rezagos promedios y los coeficientes de fricción? Lo ideal es que el rezago y el coeficiente de fricción sean mínimos. Sin embargo estos valores indican la “dureza” en términos académicos de la línea, valores que deben ser relacionados con planes de mejoramiento académico, proporcionando indicadores que deben ir progresivamente reduciéndose en la medida que nuevos y mejores modelos pedagógicos y de evaluación se implementen en la academia. Evidentemente el flujo se frena o avanza más lentamente en aquellas líneas cuyo rezago promedio y coeficiente de fricción sea mayor; así se detecta el dónde y el cuánto se debe mejorar.

En el ordenamiento descendente por rezago promedio, la línea 15 está clasificada en el orden 13 de 22, esto dice que no es la línea de mayor cuestionamiento para el mejoramiento académico y por lo tanto no se tendrá como una de las de mayor coeficiente de fricción o criticidad.

En el primer puesto de la misma clasificación se encuentra la línea 21 (de ocho materias) con un rezago mucho mayor a la ya mencionada línea 15 que tiene más materias. Es por lo tanto deducible que la línea 21 es un componente crítico del programa, que se debe entrar a evaluar para determinar las po-

**FIGURA 4**  
**Pensum Ingeniería Civil - Vigencia 1997-1**



**TABLA 2**  
**Líneas y Velocidad de Flujo**

Nivel

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Total
LINEA 1	CB020	IC023										
Tiempo	1.524	1.138										2.662
LINEA 2	CB 020	IC041		IC031								
Tiempo	1.524	1.144		1.083								3.751
LINEA 3	CB020	IC041	IC043	GE071	IC038	IC047		IC062		IC067		
Tiempo	1.524	1.144	1.042	1.043	1.232	1.088		1.010		1.009		9.092
LINEA 4	CB011	CB112	CB113	IC018	IC100	IC020	IC033	IC014		IC052		
Tiempo	1.912	1.344	1.370	1.074	1.217	1.295	1.065	1.000		1.008		11.285
LINEA 5	CB011	CB112	CB113	ST008		ST104						
Tiempo	1.912	1.344	1.370	1.089		1.000						6.715
LINEA 6	CB011	CB112	CB113	IC018	IC038	IC047		IC062		IC067		
Tiempo	1.912	1.344	1.370	1.074	1.232	1.088		1.010		1.009		10.039
LINEA 7	CB011	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046				
Tiempo	1.912	1.344	1.370	1.074	1.328	1.217	1.211	1.038				10.494
LINEA 8	CB011	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC044					
Tiempo	1.912	1.344	1.370	1.074	1.328	1.217	1.221					9.466
LINEA 9	CB011	CB112	CB114	CB090	ST033	IC020	IC033	IC014		IC052		
Tiempo	1.912	1.344	1.157	1.066	1.099	1.295	1.065	1.000		1.008		10.946
LINEA 10	CB010	CB112	CB114	CB090	ST033	IC020	IC033	IC014		IC052		
Tiempo	1.488	1.344	1.157	1.066	1.099	1.295	1.065	1.000		1.008		10.522
LINEA 11	CB010	CB112	CB113	IC018	IC100	IC020	IC033	IC014		IC052		
Tiempo	1.488	1.344	1.370	1.074	1.217	1.295	1.065	1.000		1.008		10.861
LINEA 12	CB010	CB112	CB113	ST008		ST104						
Tiempo	1.488	1.344	1.370	1.089		1.047						6.338
LINEA 13	CB010	CB112	CB113	IC018	IC038	IC047		IC062		IC067		
Tiempo	1.488	1.344	1.370	1.074	1.232	1.088		1.010		1.009		9.615
LINEA 14	CB010	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046				
Tiempo	1.488	1.344	1.370	1.074	1.328	1.217	1.211	1.038				10.070
LINEA 15	CB010	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC103	IC097	PT061	IC059	IC049	
Tiempo	1.488	1.344	1.370	1.074	1.328	1.217	1.000	1.000	1.003	1.028	1.010	12.862
LINEA 16	CB010	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC044					
Tiempo	1.488	1.344	1.370	1.074	1.328	1.217	1.221					9.042
LINEA 17	CB011	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046				
Tiempo	1.912	1.344	1.370	1.074	1.328	1.217	1.211	1.038				10.494
LINEA 18	CB011	CB061	IM016	IC018	IC038	IC047		IC062		IC067		
Tiempo	1.912	1.698	1.235	1.074	1.232	1.088		1.010		1.009		10.258
LINEA 19	CB011	CB061	IM016	IC018	IC100	IC020	IC033	IC014		IC052		
Tiempo	1.912	1.698	1.235	1.074	1.217	1.295	1.065	1.000		1.008		11.504
LINEA 20	CB011	CB061	IM016	IC018	IC101	IC037	IC044					
Tiempo	1.912	1.698	1.235	1.074	1.328	1.217	1.221					9.685
LINEA 21	CB011	CB061	IM016	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046				
Tiempo	1.912	1.698	1.235	1.074	1.328	1.217	1.211	1.038				10.713
LINEA 22	HL150	HL152		HL064	HL060	HL154	HL156	HL120		HL021		
Tiempo	1.096	1.020		1.009	1.000	1.009	1.000	1.040		1.015		8.189

**TABLA 3**  
**Resumen de Estadísticas de Velocidad de Flujo**

Por líneas					Por tiempo total		Por rezago		Por coeficiente de fricción	
Líneas	Tiempo promedio total	Número de materias	Rezago promedio	Coeficiente de fricción	Tiempo promedio total	Rezago promedio	Coeficiente de fricción			
LINEA 1	2.662	2	0.662	0.331	LINEA 15	12.862	LINEA 21	2.713	LINEA 20	0.384
LINEA 2	3.751	3	0.751	0.250	LINEA 19	11.504	LINEA 20	2.685	LINEA 8	0.352
LINEA 3	9.092	8	1.092	0.137	LINEA 4	11.285	LINEA 19	2.504	LINEA 5	0.343
LINEA 4	11.285	9	2.285	0.254	LINEA 9	10.946	LINEA 7	2.494	LINEA 21	0.339
LINEA 5	6.715	5	1.715	0.343	LINEA 11	10.861	LINEA 17	2.494	LINEA 1	0.331
LINEA 6	10.039	8	2.039	0.255	LINEA 21	10.713	LINEA 8	2.466	LINEA 7	0.312
LINEA 7	10.494	8	2.494	0.312	LINEA 10	10.522	LINEA 4	2.285	LINEA 17	0.312
LINEA 8	9.466	7	2.466	0.352	LINEA 7	10.494	LINEA 18	2.258	LINEA 16	0.292
LINEA 9	10.946	9	1.946	0.216	LINEA 17	10.494	LINEA 14	2.070	LINEA 18	0.282
LINEA 10	10.522	9	1.522	0.169	LINEA 18	10.258	LINEA 16	2.042	LINEA 19	0.278
LINEA 11	10.861	9	1.861	0.207	LINEA 14	10.070	LINEA 6	2.039	LINEA 12	0.268
LINEA 12	6.338	5	1.338	0.268	LINEA 6	10.039	LINEA 9	1.946	LINEA 14	0.259
LINEA 13	9.615	8	1.615	0.202	LINEA 20	9.685	LINEA 15	1.862	LINEA 6	0.255
LINEA 14	10.07	8	2.07	0.259	LINEA 13	9.615	LINEA 11	1.861	LINEA 4	0.254
LINEA 15	12.862	11	1.862	0.169	LINEA 8	9.466	LINEA 5	1.715	LINEA 2	0.250
LINEA 16	9.042	7	2.042	0.292	LINEA 3	9.092	LINEA 13	1.615	LINEA 9	0.216
LINEA 17	10.494	8	2.494	0.312	LINEA 16	9.042	LINEA 10	1.522	LINEA 11	0.207
LINEA 18	10.258	8	2.258	0.282	LINEA 22	8.189	LINEA 12	1.338	LINEA 13	0.202
LINEA 19	11.504	9	2.504	0.278	LINEA 5	6.715	LINEA 3	1.092	LINEA 15	0.169
LINEA 20	9.685	7	2.685	0.384	LINEA 12	6.338	LINEA 2	0.751	LINEA 10	0.169
LINEA 21	10.713	8	2.713	0.339	LINEA 2	3.751	LINEA 1	0.662	LINEA 3	0.137
LINEA 22	8.189	8	0.189	0.024	LINEA 1	2.662	LINEA 22	0.189	LINEA 22	0.024

sibles causas del rezago. En el segundo lugar está la línea 20 con un rezago promedio durante sus siete asignaturas de 2.685 semestres y con un coeficiente de fricción que corresponde al mayor de todas las líneas: 0.384. Estas dos líneas 20 y 21 tienen materias comunes en los primeros seis niveles con un rezago acumulado hasta ese momento de 2.464; aún más, el rezago acumulado de estas dos líneas en el tercer nivel es igual a 1.845 semestres, lo que representa el 74.9% del rezago acumulado (Ver Tabla 4) hasta el sexto semestre. Lo anterior implica la necesidad de un estudio muy detenido de estas tres primeras materias.

En esta misma forma se comparan todas las líneas. Es necesario anotar que los espacios en blanco en las líneas de las Tablas 1, 2 y 4 significan que de por medio hay un nivel (que corresponde a un semestre) que puede ser el de práctica, entre la secuencia de prerrequisitos de las materias.

El siguiente cuadro resume las materias que presentan mayor rezago promedio, para cada nivel del plan de estudios 1997–1.

Nivel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Materia	CB011	CB061	CB113	ST008	IC101	IC020	IC044	IC046	PT061	IC059	IC049
Rezago	0.912	0.698	0.370	0.089	0.328	0.295	0.221	0.038	-	0.028	0.010

Según esta tabla la materia CB011 presenta el mayor rezago de todas las materias de la carrera. Al mirar la tendencia que presentan estos rezagos promedios máximos se observa que es decreciente con excepción del cuarto nivel, indicando que este semestre presenta posiblemente una exigencia académica sea en contenido o en número de materias, mucho menor que en los anteriores semestres. A partir del sexto nivel el flujo estudiantil se acelera acercándose al ideal de un semestre por nivel.

**¿En dónde entonces, se detiene o avanza más lentamente el flujo? ¿Qué importancia pedagógica representan los rezagos promedios y los coeficientes de fricción? Lo ideal es que el rezago y el coeficiente de fricción sean mínimos. Sin embargo estos valores indican la “dureza” en términos académicos de la línea, valores que deben ser relacionados con planes de mejoramiento académico, proporcionando indicadores que deben ir progresivamente reduciéndose en la medida que nuevos y mejores modelos pedagógicos y de evaluación se implementen en la academia. Evidentemente el flujo se frena o avanza más lentamente en aquellas líneas cuyo rezago promedio y coeficiente de fricción sea mayor; así se detecta el dónde y el cuánto se debe mejorar.**

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Sí bien la estimación de la demanda es un factor importante para la planeación de recursos; el conocimiento de la velocidad promedio a la cual se desplazan los estudiantes en un programa académico, tiene implicaciones pedagógicas poco exploradas en nuestro medio y que son importantes para inferir en forma parcial sobre los factores que afectan dicha velocidad.

La tendencia descendente del mayor rezago promedio por nivel, mostrada en el cuadro anterior, indica que las materias de ciencias básicas son aquellas que le presentan al estudiante mayor problema en su aprendizaje, ya sea por la característica propia de ellas, o porque las bases matemáticas con las que llegan de su bachillerato, presentan falencias.

También es cierto que en todo sistema, se requiere un tiempo de adecuación para llegar a la homogeneidad. La formación con la que los estudiantes llegan a la Universidad no es uniforme. Por lo tanto el rendimiento de los estudiantes en los primeros semestres reflejará esas diferencias en la calidad de la formación del bachillerato. Es entonces de esperar que haya una mayor fricción en ciertas materias de los semestres iniciales. En la práctica, si no existe rezago en éstas materias, querría decir que los estudiantes o están pasando sin obstáculos (poca exigencia académica) o se tiene una excelente metodología pedagógica. Cualquiera de estas condiciones es necesario establecer el por qué, sea para mejorar, o sea para mantener la excelencia de tales condiciones.

**TABLA 4**  
**Rezagos Acumulados hasta el Nivel i de cada Línea**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
LINEA 1	CB020	IC023									
Rezago	0.524	0.662									
LINEA 2	CB 020	IC041		IC031							
Rezago	0.524	0.668		0.751							
LINEA 3	CB020	IC041	IC043	GE071	IC038	IC047		IC062		IC067	
Rezago	0.524	0.668	0.710	0.753	0.985	1.073		1.083		1.092	
LINEA 4	CB011	CB112	CB113	IC018	IC100	IC020	IC033	IC014		IC052	
Rezago	0.912	1.256	1.626	1.700	1.917	2.212	2.277	2.277		2.285	
LINEA 5	CB011	CB112	CB113	ST008		ST104					
Rezago	0.912	1.256	1.626	1.715		1.715					
LINEA 6	CB011	CB112	CB113	IC018	IC038	IC047		IC062		IC067	
Rezago	0.912	1.256	1.626	1.700	1.932	2.020		2.030		2.039	
LINEA 7	CB011	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046			
Rezago	0.912	1.256	1.626	1.700	2.028	2.245	2.456	2.494			
LINEA 8	CB011	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC044				
Rezago	0.912	1.256	1.626	1.700	2.028	2.245	2.466				
LINEA 9	CB011	CB112	CB114	CB090	ST033	IC020	IC033	IC014		IC052	
Rezago	0.912	1.256	1.413	1.479	1.578	1.873	1.938	1.938		1.946	
LINEA 10	CB010	CB112	CB114	CB090	ST033	IC020	IC033	IC014		IC052	
Rezago	0.488	0.832	0.989	1.055	1.154	1.449	1.514	1.514		1.522	
LINEA 11	CB010	CB112	CB113	IC018	IC100	IC020	IC033	IC014		IC052	
Rezago	0.488	0.832	1.202	1.276	1.493	1.788	1.853	1.853		1.861	
LINEA 12	CB010	CB112	CB113	ST008		ST104					
Rezago	0.488	0.832	1.202	1.291		1.338					
LINEA 13	CB010	CB112	CB113	IC018	IC038	IC047		IC062		IC067	
Rezago	0.488	0.832	1.202	1.276	1.508	1.596		1.606		1.615	
LINEA 14	CB010	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046			
Rezago	0.488	0.832	1.202	1.276	1.604	1.821	2.032	2.070			
LINEA 15	CB010	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC103	IC097	PT061	IC059	IC049
Rezago	0.488	0.832	1.202	1.276	1.604	1.821	1.821	1.821	1.824	1.852	1.862
LINEA 16	CB010	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC044				
Rezago	0.488	0.832	1.202	1.276	1.604	1.821	2.042				
LINEA 17	CB011	CB112	CB113	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046			
Rezago	0.912	1.256	1.626	1.700	2.028	2.245	2.456	2.494			
LINEA 18	CB011	CB061	IM016	IC018	IC038	IC047		IC062		IC067	
Rezago	0.912	1.610	1.845	1.919	2.151	2.239		2.249		2.258	
LINEA 19	CB011	CB061	IM016	IC018	IC100	IC020	IC033	IC014		IC052	
Rezago	0.912	1.610	1.845	1.919	2.136	2.431	2.496	2.496		2.504	
LINEA 20	CB011	CB061	IM016	IC018	IC101	IC037	IC044				
Rezago	0.912	1.610	1.845	1.919	2.247	2.464	2.685				
LINEA 21	CB011	CB061	IM016	IC018	IC101	IC037	IC045	IC046			
Rezago	0.912	1.610	1.845	1.919	2.247	2.464	2.675	2.713			
LINEA 22	HL150	HL152		HL064	HL060	HL154	HL156	HL120		HL021	
Rezago	0.096	0.116		0.125	0.125	0.134	0.134	0.174		0.189	

Estos resultados interpretados a la luz de la calidad del proceso enseñanza – aprendizaje no pueden calificarse como buenos o malos sin tener en cuenta las variables correlacionadas con él. Es posible que en el entorno mundial estas materias presenten el mismo grado de rezago o de repitencia, porque para los humanos el lenguaje matemático no es el del día a día. La comprensión y familiaridad con la física y las matemáticas tienen el potencial de mejorar la calidad de vida del ciudadano común, pero parece que el sistema educativo no ha logrado aún que el grueso de los estudiantes de secundaria establezca la relación de la física y las matemáticas con la vida cotidiana.

Los indicadores encontrados dan pautas para posteriores estudios donde se precisen con mayor detalle relaciones causales para las situaciones no conformes de la evolución de una cohorte, de tal forma que se puedan analizar factores como condiciones de entrada a una materia específica, nivel de la materia dentro del plan, homogeneidad del grupo, tamaño de éste, metodología y tipo de evaluación en uso, entre otras, con el fin de poder aplicar de manera más clara, correctivos para la mejora.

El rezago estimado con el supuesto de trabajo continuo no tiene en cuenta el tiempo promedio que los estudiantes se quedan por fuera del programa, ya sea por retiro voluntario o involuntario. ¿Por qué este sesgo? Porque se tuvieron limitaciones de información con la base de datos disponible. Además, sólo se llevaban dos semestres de historia de cancelaciones, tiempo insuficiente para hacer una estimación frecuencial y para que los estudiantes adquirieran una cultura respecto a ellas. Se recomienda entonces diseñar un software que permite adecuar la base de datos para modelar una situación más real, de acuerdo con las características del primer modelo propuesto.

## BIBLIOGRAFÍA

- Ball, Rob. (1976) Some Problems in University Planning in Developing Countries. NY. North-Holland. pp. 601 - 616.
- Bartholomew, D.J. (1973). Stochastic Models for Social Processes. 2nd Edition, John Wiley & Sons. pp. 57-94.
- Bermant, M.A. (1976). Problems of Specialist Manpower Modeling: NY: North-Holland. pág. 677-687.
- Gaither, Gerald H, Dukes, Fred O, Swanson, Jhon R. (1981). Enrolment Forecasting: Use of a Multiple-Method Model for Planning and Budgeting. *En Decision Sciences*. Vol. 12. **No. 2**. pp. 217-230.
- Lee Blaud, Barbara. (1981) The Academic Flow Model: A Markov-Chain Model For Faculty Planning. *En Decision Sciences*. Vol. 12. **No. 2**. pp. 294-309.
- Machol, Robert.E.and Gray, Paul. (1975). Educational Systems Workshop. N. Y.: North-Holland. pp. 583 – 589.
- Marshall, Kneale and Oliver, Robert. (1970). A constant-work model for student attendance and enrollment. En: *Operations Research*. vol 18. **No. 2**. pp. 193-206.
- Narayan, Bhat, U. (1972). Elements of Applied Stochastic Processes. Jhon Wiley & Sons. Inc. pp. 308-320.
- Oliver, Robert. and Hopkins, David. (1972). An equilibrium flow model of a university campus. En: *Operations Research* vol. 20. **No. 2**. pp. 249-264.