

REVISIÓN AFINATORIA DE LAS BASES NATURALES DE LA ARMONÍA

Gustavo Yepes Londoño

gyepes@eafit.edu.co

* Nota: Ponencia presentada, como expositor invitado, en las "Jornadas interamericanas de teoría musical". Medellín, 2-5 Agosto, 2022

Abstract

Humanity has had diverse musical practices in its history, in accordance with the different cultural developments of the various countries and regions of our planet. In this research project article, we will exclusively consider the melodic gradual systems or alphabets employed by them, leaving apart the rhythmic, formal, polyphonic, instrumental, and other aspects. Some nations based their repertoire on pentatonic scales, hexatonic (whole tones) and heptatonic ones, pure or using semitonal chromatic added tones like in the medieval European examples of *musica ficta*; the Western music advanced from close to distant Chromaticism, since the Classic period to the end of Romanticism. In the twentieth century, some composers used microtones like those produced by the tone division by 3, 4 or even higher divisor numbers. In the Western cultures originated or influenced by Europe, some modern composers used even a perceptually continuous not discrete spectrum, not only by means of glissandi but also by introducing some electronic devices like the theremin or some synthesizers. Another added purpose we have is offering to music teachers and students a significant contribution to the teaching and learning of that musical common practice, by reaching better explanations and proofs of the basic laws and procedures usually prescribed in books and classes of Solfege, Harmony, and Counterpoint. Those conclusions should be based on the inference realized from the repertoire of the theoretically studied period to explain the Music as art and esthesis; but also, on the prior physical scientific bases that explain the preexisting materials used by the artists to create their works.

Keywords: Basic tone, lengths, frequencies, harmonic tones, intervals.

Resumen

La humanidad ha tenido una práctica musical diversa a lo largo de su Historia, de acuerdo con los diferentes períodos de ella pero así mismo con los también disímiles desarrollos culturales en los diversos países o regiones del planeta. En este artículo que da cuenta de un proyecto nuestro de investigación, consideraremos sólo las frecuencias básicas relativas a lo melódico y lo armónico del sistema tonal, especial pero no exclusivamente, dejando a un lado los aspectos rítmicos, formales, contrapuntísticos, organológicos y demás. Culturas varias basaron sus repertorios en escalas pentáfonas, otras en diatónicas heptáfonas, a veces con el uso de algunos cromatismos semitonaes sobre esas diatonías (tonos y semitonos), como en los sonidos de la *musica ficta*; más tarde, el cromatismo cercano y extenso de los períodos clásico y romántico; vinieron luego escalas que añadían cromatismos aún más pequeños que el semitono: tercios, cuartos de tono y otras opciones. En Occidente, con su cultura de bases europeas sobre todo, se llegó inclusive, en la modernidad, hasta el uso de un espectro continuo, en cuanto no discreto en su percepción, tanto por el uso de glissandi en algunos casos, pero también por el recurso de medios instrumentales electrónicos como el conocido theremín o ciertos sintetizadores, valgan como ejemplos. Otro propósito que tenemos es el ofrecer contribuir significativamente al mejor desempeño en la enseñanza y aprendizaje de la Armonía tonal especialmente, mediante el logro de que profesores y estudiantes puedan explicar y entender mejor las normas o leyes que suelen enunciarse para la práctica armónica correspondiente a la etapa cronológica comprendida entre finales de los siglos XVI y XIX; no sólo mediante la inferencia realizada sobre el repertorio del período acerca del cual se teoriza y que explica la música como arte y estesis, sino también sobre esas bases físicas científicas naturales anteriores a tales elecciones creativas propias de estilos y períodos temporales, que explican los materiales preexistentes usados por el artista para crear sus obras.

Palabras claves: Sonido generador, longitudes, frecuencias, armónicos, intervalos.

INTRODUCCIÓN

Como base de este nuestro trabajo presente, hemos tomado la tabla de armónicos de la escuela del famoso Pitágoras en el siglo VI antes de la era cristiana, algo que merece una explicación, en vista de que cualquier par académico podría argüirnos que no parece serio, científicamente hablando, que estemos mirando tan atrás en la Historia, sin atender todo el desarrollo de los veintisiete siglos posteriores. Nuestra respuesta es que fué tal la escisión que hubo entre la música teórica y la práctica (justamente ya desde los griegos mismos del Helenismo como en gran parte de la historia de Occidente, Boecio en la Edad Media con su *Música Mundana* y hasta el Renacimiento por lo menos) que pudo haber ocurrido que aquel aporte trascendental no fuera examinado sino como un fundamento arcaico referido sólo a la famosa “música de las esferas”, sin sacar de él todas las conclusiones prácticas-sonoras que eran posibles. No sobra recordar, como demostración de la persistencia de la idea de aquella mítica música de las esferas, el tratado del sistema heliocéntrico de Kepler -precedido por el de Copérnico, claro está- bajo el título de “La Música del mundo” (*Harmonices Mundi*), sin olvidar, desde luego, los aportes innegables de Galileo y la bien lograda síntesis de Newton. También hallamos explicaciones de los materiales del sonido musical desde la Matemática y la Física, implícitas en las obras de Descartes, Leibniz, Helmholtz y Rameau, autor éste del famoso primer tratado de Armonía de la Historia “reducida a sus principios naturales”. Para una mejor visión y explicación de esta materia, añadiremos también entonces la conversión o traducción de las longitudes vibrantes pitagóricas al concepto físico más moderno de frecuencias, de tal suerte que, como es claro y sabido, a mayor longitud vibrante, menor frecuencia y viceversa.

Presentaremos suscintamente enseguida nuestras varias conclusiones, aportes completos unos y complementarios otros, que podrán ser de utilidad para la explicación razonada y empíricamente sustentada, de las normas armónicas a los estudiantes de música en los salones de clase. La aplicación del material sonoro a la composición musical es un asunto artístico, creativo, sometido a personalidades, nacionalidades y épocas; pero la comprensión objetiva de ese material nos da luces para entender mejor las razones de tales elecciones históricas estéticas y especialmente de su ordenación en el tiempo.

Advirtamos también que el timbre, la organología, la dinámica o amplitud de las ondas, la ritmo-métrica e, incluso, muchas normas contrapuntísticas y el estudio de las formas musicales, también guardan estrechas relaciones con las ciencias físicas y naturales, pero no han sido tomadas en consideración aquí y podrán ser objeto de otros proyectos que aporten nuevos hallazgos y que complementen lo que ya es bien sabido.

I. EL SISTEMA PITAGÓRICO EXPANDIDO QUE AQUÍ DENOMINAMOS S1

Cuadro 1. Tabla de armónicos con frecuencias, longitudes del agente sonoro y sonidos armónicos en relación con los grados genéricos de la escala temperada llamada “mayor”.

$16f_1$	$L/16$	
$15f_1$	$L/15$	
$14f_1$	$L/14$	
$13f_1$	$L/13$	
$12f_1$	$L/12$	
$11f_1$	$L/11$	
$10f_1$	$L/10$	
$9f_1$	$L/9$	
$8f_1$	$L/8$	
$7f_1$	$L/7$	
$6f_1$	$L/6$	
$5f_1$	$L/5$	
$4f_1$	$L/4$	
$3f_1$	$L/3$	
$2f_1$	$L/2$	
f_1	L	

		1_4
		7_3
		$\text{bb}7_3 = (+63)$
		$\text{b}6_3$
		5_3
		$+4_3$
		3_3
		2_3
		1_3
		$\text{bb}7_2 = (+62)$
		5_2
		3_2
		1_2
		5_1
		1_1
		1_0

Para entender y poder aplicar mejor las conclusiones a las que nos referiremos de aquí en adelante, aclarémos este cuadro. En la primera columna, f_1 es la frecuencia del grado 1. En la segunda, L es la longitud de la cuerda del monocordio usado en el experimento original de Pitágoras, según fué transmitido por sus alumnos de la “Escuela Pitagórica”. En la tercera columna, los números arábigos -sin los símbolos que aparecen como coeficientes- se refieren a los grados de la escala temperada llamada “mayor”; los subíndices, a las octavas ascendentes respectivas;

los coeficientes utilizados son **+** o semisostenido, **#** o sostenido, **b** o semibemol y **bb** o bemol, que indican aproximativamente las alteraciones de la escala natural con respecto a aquella antedicha escala mayor, tal como la conocemos y practicamos actualmente. Las flechas curvas izquierdas de la tercera columna, señalan los elementos principales o primeros armónicos (tríadas) del grupo del grado **1** (**I**) y, las de la derecha, los del **5** (**V**). Estos dos acordes, compuestos por los primeros armónicos de cada grupo y que conforman esos dos acordes **I** y **V**, nos permiten una primera comprobación: la del nivel profundo según Schenker o *Hintengrund*, que son justamente esos dos, **I** y **V**, resultantes del solo **S₁** finalmente. Los otros parciales no considerados con ellos, son los naturales pero “inexactos” con respecto a la escala temperada a la que estamos acostumbrados ya: **bb7**, **+4** y **b6**, justamente los más representativos y discriminantes del grado **4**, por cuanto la escala mayor modélica sobre este grado contiene un **b7** discriminante y la función cordal **IV** incluye los grados **4** y **6**, inexactos en ese intervalo de frecuencias con respecto a aquella escala temperada ya aludida.

En un acorde triádico de primer nivel de importancia dentro de las funciones armónicas, no debe duplicarse la tercera. Es ésta una regla que la casi absoluta mayoría de profesores de Armonía ha manifestado repetidamente, con esas palabras u otras semejantes. Efectivamente (cuadro 1), en los primeros 7 parciales del sonido generador, el acorde **I** está integrado de esta manera: el grado **1**, 3 veces; el **5**, 2 veces y el **3**, 1 vez. Y en el conjunto de los armónicos hasta el $16f_1$, los que conforman el acorde **V** muestran esta proporción: el **5** (fundamental o raíz) está 3 veces; el **7** (3ª del **5**), 1 vez y el **2** (5ª del **5**), 1 vez. El repertorio tonal muestra precisamente una preferencia estadísticamente muy alta por estas mismas proporciones en los acordes principales, cuando se utilizan 4 voces o partes: la regla es que el **1** puede estar entre 1 y 3 veces; el **5**, entre 0 y 2 veces y el **3**, 1 vez.

Entre bajo y tenor puede haber más de una 8ª, pero entre tenor y alto, y entre alto y soprano, máximo una 8ª. Los intervalos entre los sucesivos armónicos naturales se van haciendo progresivamente más pequeños: 8ª justa (2/1), 5ªj (3/2), 4ªj (4/3), 3ª M (5/4), 3ª m (6/5), pequeña 3ª m (7/6), gran 2ª M (8/7), 2ª M típica (9/8), 2ª M corta (10/9), 2ª M más corta (11/10), 2ª m grande (12/11), 2ª m poco más corta (13/12), 2ª m algo más corta que la anterior (14/13), 2ª m poco mayor que la típica (15/14) y 2ª m típica (16/15). Tenemos entonces un conjunto decreciente que presenta un cuadro bien avenido con lo dispuesto por la regla usual de distribución de las voces.

Aparición del temperamento en el mundo occidental. El estudio del cuadro 1 y el repaso de la Historia de la Música Occidental, nos condujo a

la inferencia de que el uso creciente, originalmente occidental, de a) varias voces o plurifonía -homofónica o polifónica- y b) de la tono-modulación que va extendiéndose hasta abarcar todo el círculo de quintas, produjo el cambio evolutivo de la escala natural a la de temperamento desigual, primero, e igual finalmente, en el siglo XIX, con una escala de semitonos cuantificados mediante el factor 2^{-12} , tal como se encuentra en los teclados electrónicos de hoy, para poder hacer uso de cada vez más lejanas modulaciones y cromatismo avanzado, ya desde la segunda mitad del siglo XIX.

Microtonalismo. El Tono (**T**), el semitono (**t**) o *diesis cromática* binaria, la ternaria o tercio de tono (**T/3**) y la *diesis enarmónica* o cuarto de tono (**t/2**), utilizados por la cultura helénica clásica pero también por algunos compositores desde el siglo XX, se pueden explicar claramente porque esos 16 armónicos entre $16f$ y $32f$ incluyen -sin todavía considerar sonidos temperados- todos los semitonos de la escala e incluso 4 divisiones adicionales aún más pequeñas. Y más allá, entre el armónico $32f$ y el $64f$, la octava está dividida en 32 partes, que implican 24 diferentes cuartos de tono y 8 sonidos con distancias aún más pequeñas. Los diversos tipos de temperamentos, en cuanto variantes sutiles de los armónicos naturales de niveles semitonaes, también se encuentran en armónicos aún más altos y son, en consecuencia, naturales también. Además, la “inexactitud” del temperamento, con respecto a la escala natural, es comparable al hecho de que si uno está por debajo del nivel del mar –en submarino, por ejemplo- o por encima en la atmósfera –en avión-, aún está ‘en la tierra’.

Teorema. El sonido generador 1 no produce el 4 como su armónico sino como un muy alto múltiplo y sólo asintóticamente. En efecto, si llamamos f_1 a la frecuencia del grado escalar 1 y f_4 a la frecuencia del grado 4 que se encuentra una 12^{a} más grave, tendremos: $f_1 = 3f_4$. Por tanto, $f_4 = f_1/3$. El ‘grado genérico’ 4 (*pitch class** 4, el sonido escalar en cualquier octava, factor 2^n , según Hanson, Howard y Forte, Allen. *Musical Set Theory*) sería entonces $\{2^n f_1/3\}$, una expresión que nunca podrá corresponder a un armónico del grado 1, ya que su coeficiente $2^n/3$ jamás podrá ser entero, siendo n , a su vez un entero (número de orden de la octava, discreto por tanto).

Otra visión de la Música como modelo natural universal pitagórico. Como ya lo hizo notar Albert Einstein (Einstein, Infeld. “La Física, aventura del pensamiento”), la tabla de armónicos ha constituido siempre un sistema ‘cuántico’, no continuo, lo que no aparece claramente con el espectro lumínico. No hay que olvidar sin embargo la fractalidad y las escalas dimensionales de medición: un espectro continuo es uno discreto que, en una cierta escala, se ve como continuo, como parece ocurrir en todo lo relativo al cosmos, desde lo micro hasta lo macro.

Escala octotónica con *b molle* (b) y *b quadratum* o *durum* (h). El canto monódico, tanto el llano religioso como el trovadoresco, anterior a la plurifonía (homo- o poli-fónica) y a la tono-modulación, confirma la escala natural en su práctica del uso de esos dos tipos de *si* o grado Z, hasta el siglo XI, de cuyos antes citados nombres provienen las palabras ‘bemol’ y ‘becuadro’. De esa escala octotónica diatónica, o bien, heptatónica con la “*nota supra la semper canendum fa*” (*b* de la *musica ficta*) en los casos cuando no se llegaba hasta el *c'* superior, con el fin de evitar la aparición de la *tertia diaboli* o tritono entre *f* y *h*. Cuando sí se llegaba hasta el *c* superior o *c'*, entonces el 7 (*si*) se hacía natural o *durum*, porque se superaba ese tritono hasta completar la cuarta o la quinta justas (*f-c'* o *g-c'*).

Las escalas chinas clásicas parecen haber sido la demótica pentáfona (c,d,e,g,a: 1,2,3,5,*b*6; este último grado muy cercano al temperado) y hierática hexáfona (tonos enteros, en sucesión natural semejante o muy aproximada, cuando se eligen los grados c,d,e,+f, *ab*, b:1,2,3,+4,*b*6,*b*7, provenientes entonces de la escala natural o pitagórica, con sutiles adecuaciones temperantes para la obtención de los grado #4, 6 y b7 y la exclusión, en la escala hierática, del primer armónico sonoramente evidente (el 5 ¿quizás para evitar lo obvio o “popular” inconscientemente?). La escala pentáfona es, por demás, común a las prácticas musicales populares de muchos pueblos del mundo.

Primer indicio de teoría de los afectos. Cuando hay una melodía ascendente, se presenta naturalmente la sensación de aumento de tensión y, por ende, de energía, por el ascenso cuantitativo en frecuencias; y viceversa en el caso de la melodía descendente. Esto explicaría una primera base de la música poética o retórica de entre el Renacimiento y el Clasicismo, con respecto al ‘ascenso’ y el ‘descenso’ melódicos.

EL SISTEMA S4 COMO GENERADOR DEL S1 Y DEL S5

La importancia indiscutible del IV en el repertorio modal pre-tonal y en el tonal, más el hecho de que el 4 no sea generado por el 1 aunque sí viceversa, implica necesariamente entonces la existencia de un sistema que podríamos ver como ‘bipolar’, en principio, porque comprendería el grupo de armónicos de 1 (S_1) y el grupo de armónicos de 4 (S_4). Este aparente doble sistema (S_1 - S_4) se justificaría, además, por el innegable hecho del acorde común I, verdadero “centro tonal” entre ambos y porque el 1 es segundo armónico no isónimo (mismo nombre) del 4. En el fondo entonces, no es un doble sistema sino, simplemente uno, el que se origina

en el grado 4, es decir, el S₄. Dicho de otro modo, por debajo de *f*₁ están sus ‘sub-armónicos’. Por otra parte y homológamente, el S₁ genera, a su vez, el S₅. Obviamente, si el S₄ genera el S₁, éste produce el S₅, dadas las distancias de quintas justas implicadas.

Cuadro 2. Armónicos comunes entre S₄, S₁ y S₅.

S₄, S₁ y S₅
Tabla de armónicos comunes

The musical score consists of three systems, each with a bass staff and a treble staff. The notes in the bass staff are labeled with their fundamental frequency (e.g., f₁, 2f₁, 3f₁, 4f₁, 5f₁) and the notes in the treble staff are labeled with their corresponding harmonic number (e.g., 2f₄, 3f₄, 4f₄, 5f₄, 6f₄, 7f₄, 8f₄, 9f₄, 10f₄, 11f₄, 12f₄, 13f₄, 14f₄, 15f₄, 16f₄). Asterisks are placed under the notes in the treble staff that correspond to the fundamental frequencies of the other series (S₁ and S₅).

©gyepes

Cuadro 3 complementario del anterior. Armónicos de los grados 1 y 4 de la escala diatónica “mayor” y acordes resultantes.

Sistema armónico Tonal

Grupo de armónicos de 1 (c, do): G₁ * armónicos no exactos semitonalmente

Grupo de armónicos de 4 (f, fá): G₄

Armónicos comunes

I I V

I IV I

Estos cuadros 2 y 3 anteriores nos evidencian que efectivamente el S₄ genera S₁ y S₅; y que los grados subdominantes son los de bajas frecuencias, mientras los tónicos son los de las intermedias y los dominantes, los correspondientes con las más altas.

Cuadro 4. Paralelo entre los espectro de la luz y el sonido con sus respectivas límites frecuenciales máximo y mínimo.

Frecuencias	Luz	Sonido
Frecuencias más bajas	Infrarrojo invisible	Inaudible para humanos
Frecuencias bajas	Rojo (desde 400 teraHz)	Graves (Desde 20 Hz)
Frecuencias medias	verde, azul	Medios
Frecuencias altas	Violeta (hasta 790 teraHz)	Agudos (hasta 20.000 Hz)
Frecuencias más altas	Ultravioleta invisible	Inaudible para humanos

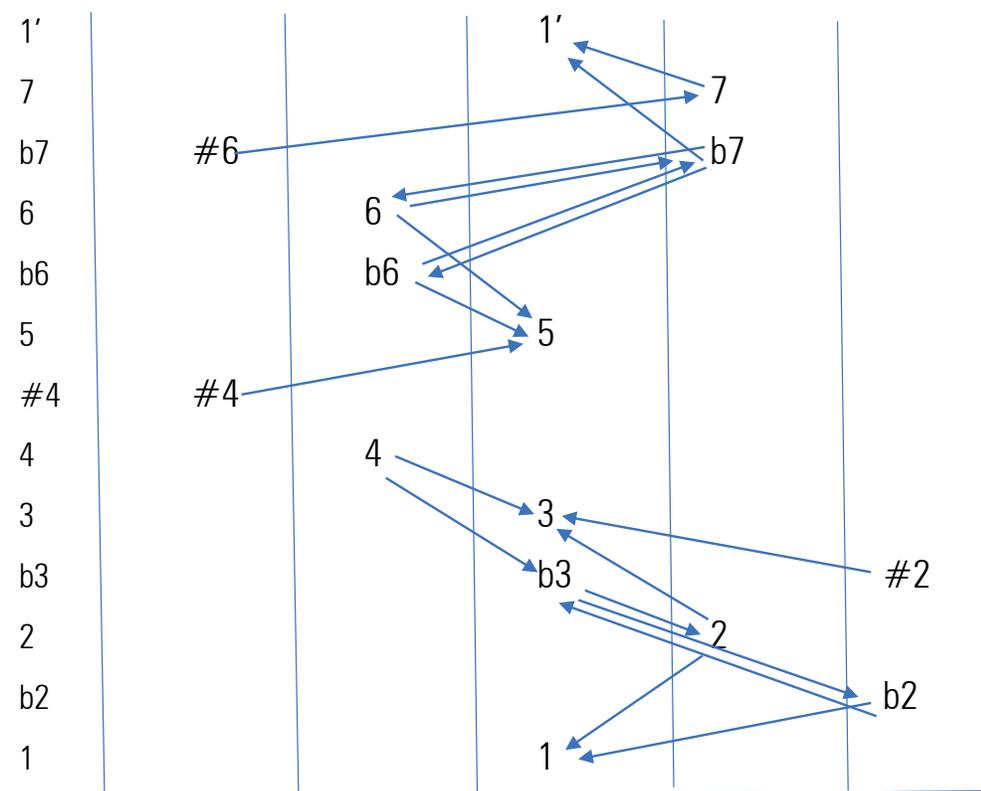
Cuadro 5. Ilustración de una comparación pedagógica cuasi-metafórica mediante colores, entre los espectros bajo, medio y alto de la luz, con los de las funciones tonales.

Primeros armónicos (entre f_4 y $8f_4$):	Subdominante
Armónicos medios (entre f_4 y $16f_4$):	Tónica
Armónicos superiores (entre f_4 y $24f_4$):	Dominante

Este parangón entre la luz y el sonido puede ser una interesante ayuda pedagógica para el análisis funcional armónico de las relaciones entre las funciones de subdominante, tónica y dominante, como podremos ver más adelante al contemplar las posibles funciones de los 7 acordes diatónicos de los modos mayor y menor, extensibles incluso a los cromáticos.

Determinación tonal inequívoca. En el tonalismo, y consideradas las funciones de subdominante, tónica y dominante, **I-V** puede confundirse con **IV-I** (si vemos el **5** como tónica); y **IV-I** puede confundirse con **I-V** (el **4** como tónica). En cambio: **IV-V-I** define **1** como centro tonal sin ambigüedad, lo mismo que **V7-I**, en vista de que ese acorde de séptima de dominante contiene el grado **4**; de ahí que el establecimiento de un centro tonal requiere el sistema **S₄** 'completo' (el **4** como generador de todo el sistema trifuncional).

Cuadro 6. De izquierda a derecha y respectivamente, tenemos las columnas **subdominante cromática**, **subdominante diatónica**, **tónica**, **dominante diatónica** y **dominante cromática**, con los grados escalares respectivos y sus tendencias resolutivas más comunes.



El cuadro anterior nos proporciona unas claves generales para la realización de marchas armónicas hasta el cromatismo avanzado inclusive, de tal suerte que el paso de un acorde al siguiente sea lo más 'lógico' y cantable posible, excepto para el caso de aquella parte o voz que resuelva por saltos mayores de 2ª. Por ejemplo, si marchó de un acorde en 5 voces [#2'',b6',4',7,5], la resolución más obvia será [3'',5',3',1',1]. Dicho de otro modo, el buen armonizador es aquél que piensa siempre en grados genéricos y puede aplicarlos o 'traducirlos' a cualquier tonalidad que se le proponga, sin olvidar, claro está, la capacidad de ejecución en el teclado, algo realmente importante para un profesor.

Funciones posibles de todos los acordes diatónicos del modo mayor. Para lograrlo, observamos los grados de cada acorde y duplicamos, para su uso triádico, los grados que más representan la función que se busca, si se ve como posible. Cuando el acorde contiene dos grados con funcionalidad semejante más clara, se tratará de funciones

primarias o secundarias y si sólo uno de los grados tiene esa función, tendríamos una terciaria o cuaternaria. Cabe aclarar que, en las disposiciones de voces que escribimos enseguida para lograr cada posibilidad funcional, caben cambios o diversas combinaciones en las tres voces superiores.

- **ii: [2,4,6]: subdominante** secundario [ii6: 41,42,62,23] o **dominante** cuaternario [ii: 21,42,62,23].
- **iii: [3,5,7]: tónico** terciario [iii: 31,52,72,33] o **dominante** terciario [iii6: 51,52,72,33].
- Cuál bicordio es más tónico: **(1-3)** ó **(3-5)**? Ya que **5** es tónico o dominante, pero **1** y **3** son tónicos discriminantes, entonces es más tónico **(1-3)**.
- **vi: [6,1,3]: tónico** secundario [vi: 61,12,32,13] o **subdominante** terciario [vi: 61,12,32,63] .
- **vii°: [7,2,4]: dominante** secundario [vii°6: 21,22,42,72] o **subdominante** cuaternario [vii°6: 21,42,72,43] .
- **IV: [4,6,1]: subdominante** principal [IV: 41,42,62,13] y posible **tónico** cuaternario [IV6: 61,12,42,13].

Cuadro 7. Funciones de los acordes sobre los grados segundo, tercero, cuarto, sexto y séptimo, de iguales funciones para las tonalidades mayor y menor (*Antitheton*). Cifrados Weber (Números romanos) y Riemann (Funcional)

FUNCIÓN	Subdominante	Tónica	Dominante
Principal	IV, iv S, s	I, i T, t	V, v D, d
Secundaria	ii, ii° S', s'	vi, bVI T', t'	vii°6, bVII D'3, d'
Terciaria	vi, bVI S'', s''	iii, bIII T'', t''	iii6, bIII6 D''3, d''3
Cuaternaria	vii°6, bVII S''', s'''	IV6, iv6 T''', t'''	ii, ii°6 D'''3, d'''3

Acordes pluscuamtriádicos. Algunos ejemplos de operaciones sumatorias de acordes triádicos iso- y hetero-funcionales, para la obtención de acordes pluscuamtriádicos (que son aquéllos con más terceras superpuestas sobre su tríada básica en su “posición basal de fundamental”): acordes de séptima, novena, undécima y décimotercera:

$$\begin{array}{lll}
 I + vi = vi_7 & V + vii^\circ = V_7 & ii + IV = ii_7 \\
 I + iii = I_7 & iii + V = iii_7 & IV + vi = IV_{9/7} \\
 vi + iii = vi_{9/7} & V + ii = V_9 & vii^\circ + IV\#5 = vii_{11,b5} \\
 I + V = I_{9/7} & ii + vi = ii_{9/7} & IV + I = IV_{9/7}
 \end{array}$$

Cuadro 8. Ejemplo de uso de los dos cifrados analíticos, con adecuaciones propuestas por este autor con el fin de hacerlos más universales (no ligados a idiomas específicos) y diferencialmente significativos: a) Weber o de números romanos y arábigos y b) Riemann o funcional.

The musical score consists of two systems of piano accompaniment in G major (one sharp). The first system contains 7 measures, and the second system contains 7 measures. Below the notes, Roman numerals and Riemann symbols are provided for each measure.

System 1 Roman numerals: I ii6 V 16 IV ii V vi IV ii iii6 I vi V2 16 IV ii V6/5 vi V

System 2 Roman numerals: I iii IV V V6 V4/3 I ii 16 viio6 16 ii6 16/4 V4 3 I

T- S₃'- D- T₃- S- S'- D- T'- S- S'- D^{''}₃-T-T'-D₇-T- S- S'- D⁷₃-T'- D

T- T^{''}- S- D- D₃- D⁷₃-T- D^{''}- T₃- D₃'-T₃- S₃'- D^{6/4}- D^{5/4}- S³- T

Acorde menor. Decía Rameau que el acorde menor es la inversión, espejo o simetría del mayor. Sin embargo, si oímos un acorde mayor en forma descendente, continuamos percibiéndolo como tal y, de ninguna manera, como menor. Pero el acorde menor está en la escala diatónica y proviene históricamente de los modos [Paso teórico histórico del *dodekachordon* de H. Glareanus (Loritti) al bimodalismo mayor-menor de Zarlino].

En la tabla de armónicos de 1, hay una escala de **G** menor-dórica incompleta (g, b, c, d, e, f#, g': 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f), con su 3ª grado menor imperfecto pero bastante cercano al temperado (7f natural en vez de 7.11f temperado) y una sensible aproximada (11f natural en vez de 11.25f temperado); (**b**, si bemol o suave; **h**, si natural o duro).

La conjunción de los dos grupos **S₁** y **S₄**, en realidad uno solo -**S₄**-, tal como ya vimos, aporta, con respecto a un centro tonal **c**, los sonidos **4** y **6** (**fa** y **la**), grados **2** y **7** natural (b7) de sol menor, con lo que se completarían las tres escalas menores.

El modo hipodórico del *Octoechos* comprende una escala de **la** a **la'** pero con final o reposo en **re**; luego vendrá el Eolio o eólico, según el *Dodekachordon*, modelo del menor natural de Zarlino, que va asimismo de **la** a **la'** pero con *finalis* o “tónica” en ese mismo grado y *repercusa* o “dominante” en **mi**.

La funcionalidad de los acordes en la tonalidad menor (t, s y D), en forma totalmente análoga con la de la tonalidad mayor, es producto del proceso histórico que a) reunió los modos medievales y su ampliación alto-renacentista (*Dodekachordon*) -dórico, frigio y eólico- en el **menor**; y mixolidio, lidio y jónico en el **mayor**, por causa remota en los cromatismos de la *musica ficta*; y b) aplicó retóricamente el *antitheton*, en firme a partir de la *seconda prattica*, por el cual se oponían pasajes, ‘afectos’ o ‘temas’ en modo mayor con ellos mismos en menor, como un cambio de *pathos* o estado emocional.

Cuadro 9. Operaciones aplicativas de la teoría básica de conjuntos sobre **S4** y **S1** (hasta los armónicos 16 *f4* y 16 *f1*, respectivamente). *fn* significa aquí función.

Conjunto S1	≡	(1,2,3,5,7,1',2'.....) ≡	I, V, I9	tetracordo [3'-2'-1'-7] *(Diezeugmenon)	Escala de 1 pentáfona 2: 1,2,3,5,7,1'
Conjunto S4	≡	(4,5,6,1,3,4',5'.....) ≡	IV, I, IV9	tetracordo [6-5-4-3] Meson)*	Escala de 4 pentáfona 2: 4,5,6,1,3,4
Unión [S1 U S4]	≡	(1,2,3,4,5,6,7,1',2'....)≡	Todos los diatónicos	Tetracordo '2',1',7,6] Synemmenon	Escala mayor de 1
Intersección [S1 ∩ S4]	≡	(1,3,5,1',3',...)	≡	fn(T), I	
Diferencia [S1 \ S4]	≡	(2,7,2',7',.....)	≡	fn(D), vii°	
Diferencia [S1 \ S4]	≡	(4,6,4',6',.....)	≡	fn(S), IV	
Dif. simétrica [S4ΔS1]	≡	(2,4,6,7,.....)	≡	fn(S,D), vii7,b5	

La escala de Terpandro o armonía dórica griega. Ella se explica como formada por los Tetracordos *Diezeugmenon*, proveniente éste del **S1** y contentivo ya de la nota superior nueva o *néate* (**3'**), con ese mismo **3**, grado genérico perteneciente a ambos tetracordos; y además por el tetracordo *Meson*, originado por el **S4**, como vemos en este cuadro anterior. Antes de la introducción de la *néate*, la cítara de 7 cuerdas contenía dos tetracordos: el *Synémmenon* o conjuntivo (2',1',7,6) y el *meson* o medio (6,5,4,3) -Recordémos que, con los números que representan grados, siempre estamos refiriéndonos al modo llamado “mayor”- El grado común ahora es el **6** (*mese* o medio), que es el mismo ya referido **3** pero, esta vez, con respecto al **S4**. Para cerrar refiriéndonos de nuevo a la

cultura clásica griega, podemos colegir que la elección de sus escalas o *harmoníai* como formadas por dos tetracordos dentro del gran sistema *Teleion ametábolon*, implicaba (cuadro 9) el sistema basado en el grado 4 como generador (S4).

Bibliografía

Descartes, R (1650). *Geometría y Método*, cap. Compendio de música (orig. Compendium musices). Madrid: Recop. Chica Blas, Ángel. Nívola Edic.

Einstein, A. e Infeld L. (2002). *La Física, Aventura del pensamiento*. Buenos Aires: Ed. Losada.

Forte, A. (1977). Schenker's Conception of Musical Structure. In Maury Yeston (ed.), *Readings in Schenker Analysis*. New Haven and London: Yale University Press.

Jeans, J. (1968). *Science and Music*. New York: Dover Publications.

Michels, U. (1977). *Dtv-Atlas zur Musik*. München: Bärenreiter Verlag.

Rameau, J. Ph. (1722). *Traité de l'Harmonie réduite a ses principes Naturels*. Paris: Ballard, Paris.

Yepes, G. (2014). *Tratado del Lenguaje tonal*. Bogotá: www.autoreseditores.com.

Yepes, G. y Grupo de Investigación en Estudios Musicales (2011). Cuatro teoremas sobre la Música Tonal. *Cuadernos de investigación*, No. 87. Medellín: Unversidad EAFIT